رسالہ در علم

۱۳۲۵ھ/۱۹۰۷ء

LOGARITHM

# لوگارثم

197

محشّٰی

امام احمد رضا خان بریلوی

مرتبہ

سید محمد ریاست علی قادری بریلوی

ادارہ تحقیقات امام احمد رضا

# رسالہ در علم لوگارثم

(۱۳۲۵ھ / ۱۹۰۷ء)

محشّی

## امام احمد رضا خاں بریلوی

(۱۳۴۰ھ / ۱۹۲۱ء)

مُرتّبہ

سید محمد ریاست علی قادری رضوی بریلوی

کراچی

پاکستان



۱۴۰۰ھ / ۱۹۸۰ء
ادارہ تحقیقات احمد رضا
اے / ۴۷ بلاک ایل شمالی ناظم آباد کراچی ۳۳

اد

# سلسلۂ مطبوعات نمبر ا




کتاب ــــــــــــــ رسالہ در علم لوگارثم
محشی ــــــــــــــ امام احمد رضا خاں بریلوی
مرتب ــــــــــــــ سید محمد ریاست علی قادری رضوی بریلوی
کاتب کا نام ــــــــــــــ
مطبع کا نام ــــــــــــــ نفیس اکیڈمی
ناشر ــــــــــــــ ادارۂ اہلسنت کراچی، اخوند مسجد کھارادر
سنہ طباعت ــــــــــــــ ۱۴۰۰ھ / ۱۹۸۰ء
اشاعت ــــــــــــــ اوّل
تعداد ــــــــــــــ ایک ہزار
قیمت ــــــــــــــ روپے


## ملنے کا پتہ


ادارہ تحقیقات امام احمد رضا

اے ۔ ۴/۷ ، بلاک "ایل"
شمالی ناظم آباد، کراچی ۳۳

# اِنتساب

نواسۂ مفتی اعظم ہند دامت برکاتہم العالیہ القدسیہ جناب مولانا خالد علیخاں صاحب مدظلہٗ مہتمم دارالعلوم مظہر اسلام (بریلی شریف) کے نام نامی جنہوں نے اس فقیر کی گذارش اور حضور مفتیٔ اعظم ہند مولانا محمد مصطفےٰ رضا خاں دامت برکاتہم العالیہ القدسیہ کی دیرینہ خواہش کے احترام میں یہ رسالہ اشاعت کے لئے عنایت فرمایا۔

کرم کردی الٰہی زندہ باشی!

سید محمد ریاست علی قادری، رضوی بریلوی

# حرفِ آغاز

"رسالہ در علم لوگارثم (محشیہ اعلیٰحضرت امام احمد رضا خاں فاضل بریلوی) علم ریاضی MATHEMATICS کی ایک شاخ لوگارثم (LOGARITHM) سے متعلق ہے جس کو قارئین کی خدمت میں پیش کرنے کی سعادت حاصل کر رہا ہوں یہ رسالہ اعلیٰحضرت امام احمد رضا علیہ الرحمہ کے ان غیر مطبوعہ کتب و رسائل میں سے ایک ہے جو اب تک زیورِ طباعت سے آراستہ نہ ہو سکا اور اہل علم کی آنکھوں سے اوجھل رہا پروفیسر ڈاکٹر مسعود احمد صاحب نے ایک شاہکا مقدمہ لکھ کر یہ اچھی طرح واضح کر دیا ہے کہ امام احمد رضا علوم نقلیہ بلکہ علوم عقلیہ کے بھی ماہر تھے۔ اس ضمن میں مجھے یہ عرض کرنا ہے کہ اعلیٰحضرت احمد رضا کی غیر مطبوعہ کتب و رسائل کی ایک خاصی تعداد بریلی شریف میں ابھی تک مختلف حضرات کے یہاں الماریوں کی زینت بنی ہوئی ہے، یہ کتب اتنی بوسیدہ اور پرانی ہو چکی ہیں کہ اگر ان کو جلد شائع نہ کیا گیا تو اندیشہ ہے کہ یہ سب کی سب دیمک کی نذر ہو کر کسی کام کی نہ رہیں گی۔ ضرورت اس بات کی ہے کہ ان کتب کو حاصل کر کے شائع کیا جائے، اس سلسلے میں اگر ذرا سا بھی تساہل برتا گیا اور غیر ذمہ داری کا مظاہرہ کیا گیا تو مجھے خدشہ ہے کہ ہم ایک بہت ہی عظیم علمی ذخیرے سے محروم ہو جائیں گے، ۵۵ قدیم و جدید علوم پر ایک ہزار سے زائد تصنیف کرنے والا امام احمد رضا ایک ہمہ گیر و ہمہ صفت انسان تھا۔ علمی تبحر اور کثرتِ تالیف میں معاصرین میں اس کا کوئی مدمقابل تھا نہ ہم پلہ۔ وہ علم کا ایک ایسا بحرِ ناپید اکنار تھا جو قیامت تک ہمیں سیراب کرتا رہے گا، اس نے اپنی پوری زندگی تصنیف و تالیف کی نذر کر دی اور اپنی ۶۵ سالہ زندگی میں ہمیں اتنا کچھ دیا کہ اگر ہم اُس کے کارناموں پر تحقیق کریں تو نہ صرف ہم بلکہ آنے والی نسلیں بھی اس سے استفادہ کر سکتی ہیں۔ اگر ہم نے اس علمی خزانے سے کچھ حاصل نہ کیا تو یہ ہماری انتہائی بدقسمتی ہوگی جس کے ذمہ دار ہم خود ہوں گے۔ امام احمد رضا نے شب و روز مسلسل محنت کے بعد یہ علمی خزانہ ہم کو عطا فرمایا اگر ہم نے اس خزانے کو برباد کر دیا تو تاریخ ہمیں کبھی معاف نہ کرے گی۔ افسوس

اور حیرت ہے کہ آج امام احمد رضا کو وصال کئے ۵۸ سال گذر گئے اور ہم نے اس علمی خزانے سے کوئی فائدہ حاصل نہ کیا۔ اس کی ذمّہ داری کس پر عائد ہوتی ہے اور کس پر نہیں، یہ ایک علیحدہ بحث ہے لیکن یہ ہم سب کی خواہش وتمنا ہے کہ ان کتب ورسائل کی اشاعت کا جلد انتظام کیا جائے ان جواہر پاروں کو اگر یونہی چھوڑ دیا گیا تو یہ اپنی ساری آب وتاب کھو بیٹھیں گے۔ ابھی تو ہم یہ دعویٰ کرنے میں کسی حد تک حق بجانب ہیں کہ امام احمد رضا نے ایک ہزار سے زائد کتب تصنیف کیں لیکن اگر خدانخواستہ ہم اس خزانے سے ہاتھ دھو بیٹھے تو مستقبل میں یہ دعویٰ بے دلیل رہ جائے گا۔ خدارا ان کتب کو الماریوں سے باہر نکالیے تاکہ عالم اسلام ان سے مستفیض ہو سکے۔ میں اُن محترم المقام ہستیوں سے مؤدبانہ گذارش اور التماس کرتا ہوں جن کے پاس امام احمد رضا کی غیر مطبوعہ کتب موجود ہیں کہ ان کو شائع کر کے منظرِ عام پر لائیے۔ جب تک یہ کتب منظرِ عام پر نہیں آتیں اہل علم مطمئن نہیں ہو سکتے۔

ماہ ستمبر ۱۹۷۹ء میں فقیر نے بریلی شریف کے قیام کے دوران ان کتب ورسائل کے بارے میں مختلف حضرات سے تبادلۂ خیال کیا جس کے بڑے مفید اور مثبت نتائج برآمد ہوئے مولٰنا مولوی خالد علی خاں مدظلہٗ (نواسۂ مفتی اعظم ہند دامت برکاتہم العالیہ القدسیہ) نے فقیر کے جذبہ کو سراہتے ہوئے امام احمد رضا کے ۶۲ غیر مطبوعہ اور مطبوعہ رسائل کو مہیا کر کے مولٰنا خالد علی خاں صاحب مدظلہٗ نے یقیناً ایک گرانقدر کارنامہ انجام دیا ہے اور دوسرے حضرات کے لئے تقلید کی راہیں کھول دی ہیں اللہ تعالیٰ ان کو جزائے خیر دے کہ انہوں نے اس کارِ خیر میں پڑھ چڑھ کر حصّہ لیا۔ خدا کرے دوسرے حضرات بھی مولٰنا خالد علی خاں صاحب مدظلہٗ کے نقشِ قدم پر چل کر اپنی علم دوستی کا ثبوت دیں۔

پیشِ نظر "رسالہ درعلم لوگارثم" آپ کے ہاتھوں تک پہنچا کر میں نے اس کام کی ابتدا کر دی ہے۔ یہ میرے پیرومرشد اور روحانی پیشوا حضور مفتی اعظم ہند دامت برکاتہم العالیہ القدسیہ کی دعاؤں کا اثر ونتیجہ ہے کہ میں نے اللہ کا نام لے کر اس میدان میں قدم رکھا۔ اس کارِ خیر میں مجھے کہاں تک کامیابی ہوئی، اس کا فیصلہ قارئین پر چھوڑتا ہوں۔ آخر میں محترم المقام جناب پروفیسر ڈاکٹر مسعود صاحب مدظلہٗ العالی کا تہہ دل سے مشکور ہوں جنہوں نے اس کارِ خیر میں میری ہر طرح مدد فرمائی اور مجھے اپنے قیمتی مشوروں سے نوازا۔ دراصل یہ موصوف ہی کے انمول اور قیمتی مشوروں کا نتیجہ ہے کہ پیشِ نظر رسالہ آپ کے ہاتھوں

ہیں ہے۔ دُعا گو ہوں کہ اللہ تعالیٰ پروفیسر صاحب کو اپنی بے پناہ رحمتوں سے نوازتا رہے آمین ثم آمین وصلی اللہ تعالیٰ علیٰ سیدنا ومولانا محمد وآلہ واصحابہ اجمعین۔

قارئین کرام کو یہ بتانا بھی مناسب سمجھتا ہوں کہ اس کتاب کی تیاری میں اگر میری مدد علامہ سید شاہ تراب الحق قادری رضوی مدظلہٗ نہ فرماتے تو شاید یہ کتاب منظرِ عام پر نہ آتی۔ اس کتاب کی اشاعت وطباعت وغیرہ کا سارا کام موصوف ہی نے کروایا ہے۔

فقیر سید محمد ریاست علی قادری رضوی بریلوی

# مشمولات

# تعارف

فاضل مرتب جناب سید محمد ریاست علی رضوی ابن سید محمد واحد علی رضوی، بریلی (بھارت) میں پیدا ہوئے پھر پاکستان آ کر ایس۔ایم۔کالج (کراچی) میں تعلیم حاصل کی، اس کے بعد چار سال جرمنی رہ کر ٹیلی مواصلات کے شعبے میں تربیت حاصل کی۔ جرمنی سے واپسی کے بعد بحیثیت مترجم، جرمنی سے انگریزی ترجمے کا کام کرتے رہے۔ پھر محکمہ ٹیلیفون میں ملازمت کرلی۔ آج کل ٹیلیفون انڈسٹریز آف پاکستان کراچی سیلز ڈیپارٹمنٹ میں منیجر ہیں اور جرمنی سے انگریزی ترجمہ کا کام بھی جاری ہے۔

سید صاحب ابتداء میں جدید رنگ میں رنگے ہوئے تھے، ۱۹۵۶ء میں جب بریلی گئے تو وہاں امام احمد رضا کے فرزند جانشیں مفتی اعظم مولانا محمد مصطفیٰ رضا خاں سے بیعت ہو گئے۔ ۱۹۷۹ء میں اجازت وخلافت بھی مل گئی۔ اب رنگ بالکل بدل گیا اور وہ اللہ کے رنگ میں رنگ گئے اور اللہ کے رنگ سے بہتر کس کا رنگ ہے؟

سید صاحب کو اہل علم سے نسبی تعلق بھی ہے چنانچہ امام احمد رضا کے منظور نظر مولوی سید محمد ایوب علی صاحب رضوی جنہوں نے سب سے پہلے امام احمد رضا کی سوانح مرتب کرنے کے لئے برادران طریقت کو متوجہ کیا، سید صاحب کے خالو تھے۔ اسی طرح ملک کے نامور محقق وقلمکار سید الطاف علی بریلوی (سکریٹری آل پاکستان ایجوکیشنل کانفرنس، کراچی) سید صاحب کے ماموں ہیں۔

سید صاحب کو لکھنے پڑھنے کا بھی شوق ہے۔ ان کے مضامین اخبار جنگ، نوائے وقت وغیرہ میں شائع ہوتے رہے ہیں اور حال ہی میں ان کی ایک کتاب مفتیٔ اعظم (مطبوعہ کراچی ۱۹۷۹ء) منظر عام پر آئی ہے جو اپنے موضوع پر پہلی کتاب ہے ــــــ سید صاحب کے اسی ذوق و شوق نے ان کو امام احمد رضا کے علمی آثار کی طرف متوجہ کیا چنانچہ ۱۹۷۹ء میں جب وہ بریلی گئے تو وہاں مفتیٔ اعظم ہند دامت برکاتہم کے نواسے مولانا خالد علی خاں صاحب کی عنایت سے پچاس سے زیادہ غیر مطبوعہ قلمی حواشی اور مطبوعہ رسائل اپنے ہمراہ لائے ــــــ امام احمد رضا کے علمی آثار

ان کے اخلاف میں بٹے ہوئے ہیں اس لیئے اہل علم کے لئے ان تک رسائی مشکل ہوگئی۔ بہرکیف حضرت مفتی اعظم مولانا محمد مصطفےٰ رضا خاں کے ایماء اور حضرت مولانا حامد رضا خاں صاحب کے پوتوں مولانا محمد اختر رضا خاں (فاضل جامعہ ازہر، مصر) اور مولانا محمد منان رضا خاں کی کوششوں سے بریلی میں ادارۂ اشاعت تصنیفات رضا قائم ہوگیا ہے جو امام احمد رضا کی غیر مطبوعہ تصانیف کو منظر عام پر لارہا ہے چنانچہ حال ہی میں سید صاحب کی عنایت سے مندرجہ ذیل رسائل راقم کی نظر سے گزرے:۔

(۱) اعتقاد الاحباب فی الجمیل والمصطفٰے والآل والاصحاب (۱۲۹۸ھ/۱۸۸۰ء)
مطبوعہ بریلی ۱۳۹۸ھ/۱۹۷۸ء

(۲) تجلیۃ السلم فی مسائل من نصف العلم (۱۳۲۱ھ/۱۹۰۳ء)
مطبوعہ بریلی ۱۳۹۹ھ/۱۹۷۹ء)

اسی طرح کام ہوتا رہا تو پاک وہند اور بیرونی ممالک میں امام احمد رضا پر تحقیق کرنے والوں کے لئے اصل مآخذ مہیا ہو جائیں گے اور ایک مشکل کا سدباب ہو جائے گا، اگر یہ ادارہ جدید اصول تحقیق و تدوین کو سامنے رکھ کر کام کرے تو اس کی مطبوعات کی افادیت دوچند ہو سکتی ہے۔

بریلی سے امام احمد رضا کے جو قلمی حواشی سید صاحب اپنے ہمراہ پاکستان لائے ہیں ان کی تفصیل یہ ہے:۔

(۱) حاشیہ میزان الاعتدال
(۲) حاشیہ ارشاد الساری شرح البخاری
(۳) حاشیہ معالم التنزیل
(۴) حاشیہ فتح المغیث
(۵) حاشیہ مسلک المنتقط
(۶) حاشیہ مفتاح السعادہ
(۷) حاشیہ تحفۃ الاخوان
(۸) حاشیہ شفاء الاسقام
(۹) حاشیہ فتاوی خیریہ
(۱۰) حاشیہ جامع الرموز
(۱۱) حاشیہ سنن ابن ماجہ
(۱۲) حاشیہ اصابہ فی معرفۃ الصحابہ
(۱۳) حاشیہ جامع الفصولین
(۱۴) حاشیہ فتح المعین
(۱۵) حاشیہ خلاصہ تذہیب الکمال
(۱۶) حاشیہ بہادر خانی
(۱۷) حاشیہ تحفۂ اثنا عشریہ
(۱۸) حاشیہ الدر المکنون
(۱۹) حاشیہ تعطیر الانام
(۲۰) حاشیہ خلاصۃ الوفاء
(۲۱) حاشیہ طحطاوی علی الدر المختار
(۲۲) حاشیہ التعقبات علی الموضوعات

(۲۳) حاشیہ کشف الاحوال فی نقد الرجال
(۲۴) حاشیہ رسالہ علم مثلث کروی
(۲۵) حاشیہ رسالہ در علم لوگارثم
(۲۶) حاشیہ جامع بہادر خانی
(۲۷) حاشیہ نیل الاوطار
(۲۸) تعلیقات علی الزیج الایلخانی
(۲۹) حاشیہ مجمع الانہر
(۳۰) حاشیہ مسند امام احمد بن جنبل
(۳۱) حاشیہ خیالی علی شرح عقائد النسفی
(۳۲) حاشیہ الاصلاح شرح الایضاح
(۳۳) حاشیہ شرح نصاب الاحتساب
(۳۴) حاشیہ احیاء العلوم
(۳۵) حاشیہ العلل المتناہیہ
(۳۶) حاشیہ فرعتہ الاسلام
(۳۷) حاشیہ کتاب الزواجر
(۳۸) حاشیہ مقدمہ ابن خلدون
(۳۹) حاشیہ کتاب الاسماء والصفات
(۴۰) حاشیہ تحریر اقلیدس

سر دست رسالہ در علم لوگارثم پیش کیا جا رہا ہے۔ یہ رسالہ کسی انگریزی رسالے کا ترجمہ معلوم ہوتا ہے، امام احمد رضا نے حواشی میں ایک جگہ متن کی اصلاح کرتے ہوئے لکھا ہے:۔

این غلط ست وغالباً سہو ترجمہ باشد (ص ۳۲)

رسالے کے مترجم ومصنف اور کاتب کے احوال نہیں معلوم ـــــــ البتہ حواشی امام احمد رضا کے خود ان کی قلم سے ہیں چنانچہ کئی مقامات پر ان کے دستخط بھی موجود ہیں مثلاً صفحات ۱۹، ۲۰، ۲۳، ۲۹ پر " احمد رضا غفرلہٗ" لکھا ہے اس سے اندازہ ہوتا ہے کہ حواشی امام احمد رضا ہی کے تحریر کردہ ہیں ـــــــ صفحہ ۲۳ پر دستخط کے ساتھ شوال ۲۵ھ لکھا ہے جس سے پتہ چلتا ہے کہ یہ حواشی سنہ مذکور یعنی ۱۳۲۵ھ/۱۹۰۷ء میں تحریر کئے ـــــــ یہ حواشی توضیحی و تشریحی بھی ہیں اور تنقیدی وتحلیقی بھی لیکن ان کی صحیح قدر وقیمت کا اندازہ وہی لگا سکتا ہے جو اس فن سے واقف ہے اور فارسی پر بھی عبور رکھتا ہے ـــــــ

یہ رسالہ جناب سید محمد ریاست علی رضوی اپنے خرچ پر چھپوا رہے ہیں، مولی تعالی ان کو اجر عظیم عطا فرمائے اور دوسروں کو ان کے نقش قدم پر چلنے کی توفیق عطا فرمائے امید ہے کہ وہ دوسرے حواشی بھی اسی ذوق وشوق سے چھپوائیں گے، مولائے کریم ان کو ہمت واستقامت ارزانی فرمائے۔ آمین بجاہ سید المرسلین رحمتہ للعالمین صلی اللہ تعالی علیہ وآلہ واصحابہ وسلم۔

احقر محمد مسعود احمد عفی عنہ

# تقدیم

از

پروفیسر ڈاکٹر محمد مسعود احمد

# امام احمد رضا خاں بریلوی

## ۱

امام احمد رضا خاں بریلوی پاک و ہند کے علماء و فضلاء میں نہایت ممتاز تھے، وہ ۱۰ شوال المکرم ۱۲۷۲ھ مطابق ۱۴ جون ۱۸۵۶ء بریلی (یو۔پی، بھارت) میں پیدا ہوئے۔ ان کے والد ماجد مولانا نقی علی خاں (۱۲۹۷ھ/۱۸۸۰ء) بھی اپنے وقت کے متبحر عالم[۱] تھے۔ ابتدائی تعلیم دوسرے استاتذہ[۲] سے حاصل کرنے کے بعد علوم عقلیہ و نقلیہ کی تحصیل انہیں سے کی اور پھر بہت سے علوم و فنون محض اپنے وجدان سے حاصل کئے، مندرجہ ذیل علمائے عرب سے سند حدیث لی:-

(۱) شیخ احمد بن زین دحلان مکی (۱۲۹۹ھ/۱۸۸۱ء)

(۲) شیخ عبدالرحمٰن سراج مکی (۱۳۰۱ھ/۱۸۸۳ء)

(۳) شیخ حسین بن صالح مکی (۱۳۰۲ھ/۱۸۸۴ء)

امام احمد رضا حیرت انگیز ذہانت و فطانت کے مالک تھے، ان کو چودھویں صدی ہجری کا بے مثال عبقری کہا جائے تو بے جا نہ ہوگا۔ انہوں نے ۵۵ علوم و فنون کا ذکر کیا ہے، تقریباً ۴۴ علوم و فنون ذاتی مطالعہ سے حاصل کئے اور باقی اساتذہ سے —— جو علوم و فنون اساتذہ

---

(۱) (الف) احمد رضا خاں: جواہر البیان فی اسرار الارکان، مطبوعہ بریلی

(ب) ظفر الدین بہاری: حیات اعلیٰ حضرت (۱۳۶۹ھ/۱۹۳۸ء) جلد اوّل، مطبوعہ کراچی، ص ۶، ۹

(۲) شاہ ابوالحسین احمد النوری (۱۳۲۴ھ/۱۹۰۶ء) مرزا عبدالعلی رام پوری (۱۳۰۳ھ/۱۸۸۵ء) اور مرزا غلام قادر بیگ، امام احمد رضا کے اساتذہ میں شامل ہیں (حیات اعلیٰ حضرت، ص ۳۵) مسعود

سے حاصل کئے ان کی تفصیل یہ ہے :۔

(۱) علم قرآن (۲) علم حدیث (۳) اصول حدیث (۴) فقہ حنفی (۵) کتب فقہ جملہ مذاہب (۶) اصول فقہ (۷) جدل مہذب (۸) علم تفسیر (۹) علم العقائد والکلام (۱۰) علم نحو (۱۱) علم صرف (۱۲) علم معانی (۱۳) علم بیان (۱۴) علم بدیع (۱۵) علم منطق (۱۶) علم مناظرہ (۱۷) علم فلسفہ (۱۸) علم تکسیر (۱۹) علم ہیأۃ (۲۰) علم حساب (۲۱) علم ہندسہ ۳

مندرجہ ذیل علوم کسی استاد سے حاصل نہیں کئے البتہ ان علوم وفنون کے ماہرین سے اجازت حاصل کی :۔

(۲۲) قرات (۲۳) تجوید (۲۴) تصوف (۲۵) سلوک (۲۶) اخلاق (۲۷) اسماء الرجال (۲۸) سیر (۲۹) تواریخ (۳۰) لغت (۳۱) ادب مع جملہ فنون (۳۲) ارثما طیقی (۳۳) جبر ومقابلہ (۳۴) حساب سینی (۳۵) لوغارثمات (۳۶) علم التوقیت (۳۷) مناظر ومرایا (۳۸) علم الاکر (۳۹) زیجات (۴۰) مثلث کروی (۴۱) مثلث مسطح (۴۲) ہیأۃ جدیدہ (۴۳) مربعات (۴۴) جفر (۴۵) زائرچہ (۴۶) نظم عربی (۴۷) نظم فارسی (۴۸) نظم ہندی (۴۹) نثر عربی (۵۰) نثر فارسی (۵۱) نثر ہندی (۵۲) خط نسخ (۵۳) خط نستعلیق (۵۴) تلاوت مع تجوید (۵۵) علم الفرائض ۴

اس قدر علوم وفنون کا ذکر کرنے کے بعد امام احمد رضا لکھتے ہیں :۔

وحاشا للہ ما قلتہ فخراً وتمدحاً بل تحدثاً بنعمت الکریم المنعم۔ (۵)

(ترجمہ) اللہ کی پناہ میں نے یہ باتیں فخر اور خواہ مخواہ کی خود ستائی کے طور پر بیان نہیں کیں بلکہ منعم کریم کی عطا فرمودہ نعمت کا ذکر کیا ہے۔

امام احمد رضا نے لکھا ہے کہ جب ان کا شمار فارغ التحصیل علماء میں ہونے لگا تو ان کی عمر صرف تیرہ سال، دس ماہ اور پانچ دن کی تھی، اسی روز

---

(۳) احمد رضا خاں، الدجازاۃ المتینۃ لعلماء بکتہ والمدینہ، مشمولہ رسائل رضویہ، جلد دوم سنہ ۱۳۹۶ھ / ۱۹۷۶ء، ص ۳۰۱

(۴) ایضاً، ص ۳۰۳، ۳۰۷، ۳۱۵

(۵) ایضاً، ص ۳۱۵

نماز فرض ہوئی تھی۔ یہ ۱۴ شعبان المعظم ۱۲۸۶ھ / ۱۸۶۹ء کی بات ہے (۶)

تصنیف و تالیف کا سلسلہ طالب علمی کے زمانہ سے شروع ہوگیا تھا، امام احمد رضا کے سوانح نگار اور ڈاکٹر مختار الدین آرزو (صدر شعبۂ عربی، مسلم یونیورسٹی، علی گڑھ) کے والد مولانا محمد ظفر الدین بہاری (۱۳۸۲ھ / ۱۹۶۲ء) نے امام احمد رضا کی تصانیف کی ایک مجمل فہرست مرتب کی تھی۔ اس میں مندرجہ ذیل تصانیف کا بھی ذکر ہے جو ۱۲ اور ۲۴ سال کے درمیان لکھی گئیں۔

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| (۱) | ضوء النہایہ فی اعلام الحمد والہدایہ | ۱۲۸۵ھ/۱۸۶۸ء | عربی | کلام |
| (۲) | السعی المشکور | ۱۲۹۰ھ/۱۸۷۳ء | عربی | کلام |
| (۳) | معتبر المطالب فی شیون ابی طالب | ۱۲۹۴ھ/۱۸۷۷ء | اردو | کلام |
| (۴) | النیرۃ الوضیہ فی شرح الجوہرۃ المضیہ | ۱۲۹۵ھ/۱۸۷۸ء | عربی | فقہ |
| (۵) | اطائب الاکسیر فی علم التکسیر (۷) | ۱۲۹۶ھ/۱۸۷۹ء | عربی | تکسیر |

امام احمد رضا نے نصف صدی تک مسلسل لکھا ہے چنانچہ محققین نے ان کی تصانیف کا شمار ہزار سے زیادہ بتایا ہے (۸) جن ۵۵ علوم وفنون کا اوپر ذکر کیا گیا ان میں سے اکثر علوم وفنون میں کوئی نہ کوئی تصنیف یادگار ہے۔ مولانا محمد ظفر الدین بہاری نے پچاس علوم وفنون پر مشتمل ۳۵۰ تصانیف کا ذکر کیا ہے — تقریباً ۶۰۰ کتب و رسائل کے نام و دیگر تفصیلات اب تک منظر عام پر آچکی ہیں۔ (۹)

---

(۶) ایضاً، ص ۳۰۹

امام احمد رضا اس وقت فارغ التحصیل ہو چکے تھے جب مدرسہ دیوبند کو قائم ہوئے صرف دو تین سال گذرے تھے، مولانا اشرف علی تھانوی ابھی بچے ہی تھے اور مولانا حسین احمد تو پیدا بھی نہ ہوئے تھے۔ مسعود

(۷) محمد ظفر الدین بہاری۔ المجمل المعدد لتالیفات المجدد (۱۳۲۷ھ / ۱۹۰۹ء)، مطبوعہ پٹنہ، ص ۵

(۸) اعجاز ولی خاں: ضمیمہ المعتقد المنتقد، مطبوعہ لاہور، ص ۲۶۶

(۹) تفصیلات کے لئے مندرجہ ذیل مآخذ سے رجوع کریں۔

(ا) المیزان، بمبئی، ۱۳۹۶ھ / ۱۹۷۶ء، ص ۳۰۶ - ۳۲۴

(ب) انوار رضا، لاہور، ۱۳۹۷ھ / ۱۹۷۷ء، ص ۳۲۸ - ۳۴۸

## ۲

امام احمد رضا علوم نقلیہ میں بہت ممتاز تھے، حدیث و فقہ تو ان کا خاص میدان تھا لیکن علوم عقلیہ میں بھی وہ اپنے معاصرین سے بہت آگے تھے ___ چنانچہ ۱۸ اکتوبر ۱۹۱۹ء/ ۱۳۳۸ھ کے انگریزی اخبار ایکسپریس (بانکی پور پٹنہ) کے شمارے میں ۱۷ دسمبر ۱۹۱۹ء سے متعلق امریکی ہئیت داں پروفیسر البرٹ کی ایک ہولناک پیش گوئی شائع ہوئی جس سے پاک و ہند میں ایک ہیجان پیدا ہو گیا، امام احمد رضا سے اس کے بارے میں استفسار کیا گیا تو انہوں نے اس پیش گوئی کے رد میں ماہِ صفر ۱۳۳۸ھ/ ۱۹۱۹ء میں ایک مفصل و مدلل مقالہ قلم بند کیا (۱۰) اور چشم عالم نے دیکھا کہ امریکی ہئیت داں کی پیش گوئی باطل ثابت ہوئی اور امام احمد رضا نے جو کچھ کہا تھا، سچ ثابت ہوا۔

امریکی ہیئت داں پروفیسر البرٹ کی یہ پیش گوئی مندرجہ ذیل تین رسالوں کا دیباچہ بن گئی جو فلسفۂ جدیدہ اور قدیمہ کے رد میں لکھے گئے۔

(۱) الکلمۃ الملہمۃ فی الحکمۃ المحکمۃ لوھاء فلسفۃ المشئمۃ (۱۱) (۱۳۳۸ھ/ ۱۹۱۹ء)

(۲) فوزِ مبین در حرکت زمین (۱۲) (۱۳۳۸ھ/ ۱۹۱۹ء)

(۳) نزول آیات قرآن بسکون زمین و آسمان (۱۳) (۱۳۳۸ھ/ ۱۹۱۹ء)

---

(۱۰) یہ مقالہ ماہنامہ الرضا (بریلی) کے مندرجہ ذیل شماروں میں شائع ہو گیا تھا۔
(ا) شمارہ صفر المظفر ۱۳۳۸ھ/ ۱۹۱۹ء، ص ۲۳ ـ ۲۸
(ب) شمارہ ربیع الاول ۱۳۳۸ھ/ ۱۹۱۹ء، ص ۱۲ ـ ۱۶ مسعود

(۱۱) یہ کتاب ۱۳۹۴ھ/ ۱۹۷۴ء میں غالباً پہلی بار دھلی میں چھپ کر میرٹھ سے شائع ہوئی۔ مسعود

(۱۲) اس رسالے کی دو اقساط ماہنامہ الرضا کے مندرجہ ذیل شماروں میں نظر سے گذریں۔
(ا) شمارہ ذیقعد ۱۳۳۸ھ/ ۱۹۲۰ء
(ب) شمارہ ذی الحجہ ۱۳۳۸ھ/ ۱۹۲۰ء مسعود

(۱۳) یہ رسالہ عرصہ ہوا یونائیٹڈ پریس، لکھنؤ میں چھپا تھا۔ مسعود

۱۳۲۹ھ / ۱۹۱۱ء سے قبل ڈاکٹر سر ضیاء الدین (وائس چانسلر، مسلم یونیورسٹی، علی گڑھ) نے علم المربعات سے متعلق ایک سوال اخبار دبدبۂ سکندری (رام پور) میں شائع کرایا کہ کوئی ریاضی داں اس کا جواب دے ـــ امام احمد رضا نے نہ صرف یہ کہ اس سوال کا جواب شائع کرایا بلکہ اپنی طرف سے ایک اور سوال پیش کر دیا جس پر ڈاکٹر ضیاء الدین کو بڑا تعجب ہوا (۱۴) بعد میں امام احمد رضا کے خلیفہ پروفیسر سید سلیمان اشرف بہاری (۱۵) (صدر شعبۂ دینیات، مسلم یونیورسٹی علی گڑھ) کے ایماء پر ریاضی کے ایک لاینحل مسئلے کے بارے میں استفسار کے لئے ڈاکٹر ضیاء الدین خود امام احمد رضا کی خدمت میں حاضر ہوئے اور امام احمد رضا نے حیرت انگیز طور پر اس کو فوراً حل کر دیا۔(۱۶)

امام احمد رضا کے بیشتر رسائل و کتب میں علوم عقلیہ سے متعلق مباحث ملتے ہیں ـــ مثلاً امام احمد رضا کا رسالہ۔

البیان شافیا لفونوغرافیا

(۱۳۲۶ھ / ۱۹۰۸ء)

صوتیاتی مباحث پر مشتمل ہے ـــ اور رسالہ

الجواہر والیواقیت فی علم التوقیت

میں فن توقیت کے متعلق تقاریر جمع کی گئی ہیں ـــ جامع رسالہ مولانا محمد ظفر الدین نے لکھا ہے کہ امام احمد رضا کو اس فن میں اس قدر مہارت تھی کہ اگر ان کو اس فن کا موجد کہا جائے تو بے جا نہ ہوگا (۱۷)

(۱۴) ظفر الدین بہاری، حیات اعلیٰ حضرت، جلد اول، ص ۱۵۶

(۱۵) ڈاکٹر اقبال، پروفیسر سید سلیمان اشرف کی علمیت سے بہت متاثر تھے اور ان سے خصوصی مراسم تھے۔ مسعود

(۱۶) ظفر الدین بہاری، حیات اعلیٰ حضرت، جلد اول، ص ۱۵۰ ـــ ۱۵۳

(۱۷) ایضاً، ۱۵۹

نوٹ: ـ امام احمد رضا کے بعد ان کے خلیفہ اور تلمیذ رشید مولانا محمد ظفر الدین بہاری (م ۱۳۸۲ھ / ۱۹۶۲ء) فن توقیت میں کمال رکھتے تھے راقم کے والد ماجد مفتی اعظم محمد مظہر اللہ شاہ (م ۱۳۸۶ھ / ۱۹۶۶ء) کو بھی اس فن میں کمال حاصل تھا، انہوں نے دیسی قسم کے کمپیوٹر بھی بنائے تھے جن سے سوالات بہت جلد حل ہو جایا کرتے تھے، طالب علمی کے زمانے میں راقم نے ان کمپیوٹروں کو استعمال کیا ہے فن توقیت میں حضرت والد ماجد کی تصنیف اور کئی مسودات یادگار ہیں حضرت والد ماجد امام احمد رضا بریلوی اور مولانا محمد ظفر الدین بہاری کو فن توقیت کے کاملین میں شمار کرتے تھے۔ مسعود

امام احمد رضا کے مندرجہ ذیل رسائل طبیعیاتی مباحث پر مشتمل ہیں ۔

(۱) سمع الندا، فیما یورث العجز عن الماء ۔ (۱۸)

(۲) النور والنورق لاسفار ماء مطلق ۔ (۱۹)

(۳) الدقۃ والتبیان لعلم الرقۃ والسیلان ۔ (۲۰)

اور ان رسائل میں ریاضیاتی مباحث ہیں ۔

(۱) التمیر الخیر فی الماء المستدیر ۔ (۲۱)

(۲) رجب الساحۃ فی میاہ لا یستوی وجہھا وجو فہا فی المساحۃ (۲۲)

اور یہ رسالہ ارضیاتی مباحث پر مشتمل ہے ۔

المطر السعید علی بنت جنس الصعید (۲۳)

علوم عقلیہ کی تحصیل کے لئے بیرونی ممالک سے بھی امام احمد رضا کے پاس طلبہ آتے تھے چنانچہ مدینہ منورہ (حجاز) سے مولانا سید حسین مدنی علم تکسیر کی تحصیل کے لئے بریلی آئے، موصوف ہی کے لئے عربی میں یہ رسالہ لکھا گیا ۔

اطائب الاکسیر فی علم التکسیر (۲۴)

(۱۲۹۶ھ / ۱۸۷۹ء)

اسی طرح بخارا (روس) سے مولانا عبد الغفار بخاری علم جفر کی تحصیل کے لئے بریلی آئے، انہیں کے لئے یہ یہ رسالہ قلم بند کیا گیا ۔

سفر السفر عن الجفر بالجفر (۲۵)

---

(۱۸) احمد رضا خاں : العطایا النبویہ فی الفتاوی الرضویہ ، جلد اول : مطبوعہ لاہور ، ص ۶۱۱ — ۶۵۹

(۱۹) ایضاً ، ص ۴۰۷ — ۴۵۳

(۲۰) ایضاً ، ص ۴۸۴ — ۴۹۹

(۲۱) ایضاً ، ص ۳۲۱ — ۳۳۰

(۲۲) ایضاً ، ص ۳۳۴ — ۳۷۱

(۲۳) ایضاً ، ص ۶۶۸ — ۷۱۹

(۲۴) ظفر الدین بہاری : حیات اعلی حضرت ، جلد اول ، ص ۱۷۲

(۲۵) ایضاً ، ص ۱۶۳ — ۱۶۹

## ٣

تصنیف وتالیف کے علاوہ امام احمد رضا نے ابتداء میں چند سال درس وتدریس کے فرائض بھی انجام دیئے (٢٦) اور ١٣٢٢ھ / ١٩٠٤ء میں دار العلوم منظر اسلام قائم کیا لیکن اس کے مدیر مہتمم امام احمد رضا کے بڑے صاحب زادے مولانا حامد رضا خاں (١٣٦٢ھ / ١٩٤٣ء) تھے ۔

امام احمد رضا کا بیشتر وقت تصنیف وتالیف اور فتویٰ نویسی میں صرف ہوا۔ انہوں نے تقریباً ١٤ برس کی عمر میں فتویٰ نویسی کا آغاز کیا (٢٨) اور پھر اتنا کمال پیدا کیا کہ پاک وہند اور بلاد اسلامیہ کے علاوہ افریقہ، چین اور امریکہ وغیرہ سے فتوے آتے تھے اور ایک وقت میں چار چار سو اور پانچ پانچ سو جمع ہوجاتے تھے ۔ (٢٨)

امام احمد رضا کے مجموعہ فتاوی میں، جو بارہ مجلدات پر مشتمل ہیں عربی، فارسی اور اردو کے علاوہ انگریزی فتاوی بھی ملتے ہیں (٢٩) فقہ میں وہ مجتہدانہ نظر رکھتے تھے چنانچہ بعض مسائل میں انہوں نے مندرجہ ذیل فقہاء ومحدثین سے اختلاف کیا ہے :-

(١) ابن نجیم مصری، (م ٩٧٠ھ / ١٥٦٢ء)

(٢) حسن بن عمار شرنبلانی، (م ١٠٦٩ھ / ١٦٥٨ء)

(٣) شاہ ولی اللہ محدث دہلوی، (م ١١٧٦ھ / ١٧٦٢ء)

(٤) احمد بن محمد طحطاوی، (م ١٢٣١ھ / ١٨١٥ء)

(٥) ابن عابدین شامی، (م ١٢٥٢ھ / ١٨٣٦ء)

(٦) مولانا عبد الحئی فرنگی محلی، (م ١٣٠٤ھ / ١٨٨٦ء)

---

(٢٦) احمد رضا خاں: الکلمۃ الملہمہ، مطبوعہ دہلی ١٣٩٤ھ / ١٩٧٤ء، ص ٦

(٢٧) محمد مصطفیٰ رضا خاں: الملفوظ، جلد اوّل، مطبوعہ کراچی، ص ١٣—١٤

(٢٨) (ا) احمد رضا خاں: العطایا النبویہ فی الفتاوی الرضویہ، جلد سوم مطبوعہ مبارکپور، ١٣٨١ھ / ١٩٦١ء، ص ٢٣٠

(ب) احمد رضا خاں: العطایا النبویہ فی الفتاوی الرضویہ، جلد چہارم مطبوعہ فیصل آباد ١٣٩٣ھ / ١٩٧٣ء، ص ١٤٩

(٢٩) مولانا محمد احمد مصباحی (صدر المدرسین، فیض العلوم، محمد آباد) نے لکھا ہے کہ فتاوی رضویہ کی ایک قلمی جلد میں وہ یہ دیکھ کر حیران رہ گئے کہ انگریزی استفتاء کا جواب انگریزی میں لکھا گیا ہے۔

(بحوالہ ماہنامہ پاسبان الہ آباد، شمارہ جولائی ١٩٧٩ء، ص ١٣)

امام احمد رضا نے رد بدعات ومنکرات اور احیاء دین اسلام کے لئے قابل قدر خدمات انجام دی ہیں، اس لئے بعض علماء عرب وعجم نے ان کو چودھویں صدی کا مجدد قرار دیا ہے (۳۰) امام احمد رضا کے افکار وخیالات بہت واضح ومدلل ہوتے ہیں، پڑھنے والا جن سے متاثر ہوئے بغیر نہیں رہ سکتا ـــــ شعر وادب میں بھی امام احمد رضا کا مقام بہت اونچا ہے جسے اہل علم وادب نے تسلیم کیا (۳۱) سیاسیات میں ان کا پایہ بہت بلند ہے۔ جس نظریہ پر پاکستان وجود میں آیا، یہ امام احمد رضا ہی تھے جنہوں نے جان ودل سے اس نظریہ کی حفاظت کی اور اپنی عزت و آبرو فدا کر کے پاک وہند میں جانثاران اسلام کے قافلہ سالار بن گئے ـــــ (۳۲)

(۴)

امام احمد رضا ملک ملت کی بے مثال خدمات انجام دے کر ۲۵ صفر المظفر ۱۳۴۰ھ/۱۹۲۱ء کو اس جہان فانی سے تشریف لے گئے لیکن اپنے پیچھے اپنی اولاد، خلفاء، تلامذہ اور متبعین کا

---

(۳۰) ۱۳۱۸ھ/۱۹۰۰ء میں پٹنہ کانفرنس کے ہفت روزہ اجلاس میں جس میں ایک سو سے زیادہ پاک وہند کے علماء وصوفیہ شریک تھے، ان میں مفتی عزیز الرحمٰن دیوبندی کے استاد مولانا عبدالقادر محب الرسول بدایونی بھی تھے، مولانا عبدالمقتدر مطیع الرسول بدایونی نے امام احمد رضا کو غالباً سب سے پہلے "مجدد المائۃ الحاضرۃ" کے لقب سے یاد کیا ـــــ (عبدالوحید: دربار حق وہدایت مطبوعہ پٹنہ ۱۳۱۸ھ/۱۹۰۰ء، ص ۹۰)

علماء عرب میں ان حضرات نے امام احمد رضا کو مجدد تسلیم کیا ہے:۔

(ا) شیخ اسمٰعیل خلیل، حافظ کتب الحرام، مکہ معظمہ (حسام الحرمین، مطبوعہ لاہور، ص ۵۱)

(ب) شیخ حسین بن عبدالقادر طرابلسی، مدینہ منورہ (الفیوضات الملکیہ، مطبوعہ کراچی، ص ۸۲)

(۳۱) امام احمد رضا کی شاعری پر متعدد مقالات کے علاوہ مندرجہ ذیل تصانیف لکھی جا چکی ہیں:۔

(ا) اختر الحامدی: امام نعت گویاں، مطبوعہ لاہور ۱۳۹۶ھ/۱۹۷۶ء،

(ب) محمد طرث جمال، امام شعر وادب، مطبوعہ الٰہ آباد ۱۳۹۸ھ/۱۹۷۸ء

(ج) ڈاکٹر الٰہی بخش: عرفان رضا، (قلمی) مولفہ ۱۳۹۹ھ/۱۹۷۹ء

مسعود

(۳۲) راقم نے امام احمد رضا کی سیاسی خدمات پر ایک تحقیقی مقالہ لکھا ہے جو انشاء اللہ تعالیٰ مستقبل قریب میں شائع ہو جائے گا۔ ایک مقالہ فاضل بریلوی اور ترک موالات کے عنوان سے لکھا تھا جس کا پہلا اڈیشن ۱۳۹۱ھ/۱۹۷۱ء میں شائع ہوا، مجموعی طور پر اس کے پانچ اڈیشن شائع ہو چکے ہیں۔ مسعود

ایک ایسا سلسلہ چھوڑ گئے جنہوں نے ان کے مشن کو آگے بڑھایا ــــ لیکن اس کی بہت کم کوشش کی گئی کہ امام احمد رضا کو علمی حلقوں میں صحیح طور پر متعارف کرایا جائے ــــ امام احمد رضا کے خلیفہ مولانا محمد ظفرالدین بہاری نے مظہرالمناقب کے تاریخی نام سے ۱۳۶۹ھ / ۱۹۳۸ء میں بارہ سال مسلسل جدوجہد کے بعد چار جلدوں میں حیات اعلیٰ حضرت ترتیب دی تھی جس کی صرف پہلی جلد شائع ہوسکی باقی جلدوں کے مسودات ان کے صاحبزادے ڈاکٹر مختارالدین آرزو (صدر شعبۂ عربی مسلم یونیورسٹی، علی گڑھ) کے پاس محفوظ ہیں ــــ گذشتہ دس برسوں میں کچھ کام ہوا ہے اور کچھ ہو رہا ہے ــــ بریلی، علی گڑھ، بمبئی، مبارک پور، لاہور، فیصل آباد، ساہیوال، کراچی وغیرہ میں مختلف اداروں نے کام کیا ہے جن میں مرکزی مجلس رضا (لاہور) خرکت خفیہ (لاہور) اور ادارۂ المیزان (بمبئی) کی خدمات سرفہرست ہیں ــــ

پاک وہند اور بیرونی ممالک کی جامعات کے فضلاء بھی متوجہ ہورہے ہیں چنانچہ کیلیفورنیا یونیورسٹی (امریکہ)، لیڈن یونیورسٹی (ہالینڈ)، لندن یونیورسٹی (انگلینڈ)، پٹنہ یونیورسٹی (بھارت) علی گڑھ یونیورسٹی (بھارت) پنجاب یونیورسٹی (لاہور) سندھ یونیورسٹی (حیدرآباد) وغیرہ کے بعض فضلاء امام احمد رضا کے مطالعہ کی طرف متوجہ ہوئے ہیں اور بعض نے کام بھی کیا ہے حال ہی میں ڈاکٹر حسن رضا خاں نے پٹنہ یونیورسٹی سے امام احمد رضا کی فقاہت پر ڈاکٹریٹ کیا ہے اسی طرح کیلیفورنیا یونیورسٹی کی فاضلہ ڈاکٹر باربرا مٹکاف نے اپنی کتاب میں امام احمد رضا اور ان کے مسلک کا تفصیلی ذکر کیا ہے ــــ

فی الحقیقت امام احمد رضا کی شخصیت پر کام کرنے کے لئے ایک فعّال ادارے کی ضرورت ہے۔ فرد واحد کے بس کی بات نہیں کہ وہ امام احمد رضا کے ہمہ گیر افکار و کردار پر تحقیق کا حق ادا کرسکے ــــ امید ہے کہ پاک وہند کے علمی ادارے اس طرف متوجہ ہوں گے اور گذشتہ نصف صدی تک جو غفلت برتی گئی اس کی تلافی کریں گے، امام احمد رضا کے مومنانہ افکار اور محققانہ نگارشات میں عالم اسلام کے لئے بہت کچھ ہے، مولیٰ تعالیٰ ہمارے محققین کو ذوقِ جستجو عطا فرمائے۔ آمین. بجاہ سیدالمرسلین رحمۃ للعالمین صلی اللہ علیہ وآلہٖ واصحابہٖ وسلم۔

۱۸ر محرم الحرام ۱۴۰۰ھ

۹ر دسمبر ۱۹۷۹ء

احقر محمد مسعود احمد
پرنسپل گورنمنٹ سائنس کالج
(سکرنڈ ضلع نواب شاہ، سندھ، پاکستان)

# تاثّرات

★ ڈاکٹر محی الدین الوائی
★ ڈاکٹر سر ضیاء الدین
★ ڈاکٹر بابرا مٹکاف
★ ڈاکٹر غلام مصطفےٰ خاں
★ ڈاکٹر عبدالوحید
★ ڈاکٹر الٰہی بخش

# تاثرات

(۱)

وقد صنف ایضاً فی العلوم العقلیہ کالمنطق وعلم الھیئۃ

والحساب والحکمۃ الطبیعۃ وغیرھما

(ترجمہ) اور بلاشبہ انہوں نے علوم عقلیہ مثلاً منطق ، ہیأۃ ، حساب

فلسفہ وغیرہ علوم پر کتابیں لکھیں ۔

{ڈاکٹر محی الدین الوائی ، از ہر یونیورسٹی ، قاہرہ
صوت الشرق ، قاہرہ ، شمارہ ، فروری ۱۹۷۰ء ، ص ۱۶ — ۱۷}

(۲)

وجدیر بالذکر ان مولانا احمد رضا خاں قد امتاز عن کثیر اقرانہ

ومعاصریہ العلماء فی الجمع بین العلوم النظریہ والعملیہ ومما یدل علی

مہارتہ فی الرضیات والحساب والجبر وغیرھا ان العالم الریاضی

الشھیر الدکتور ضیاء الدین وکیل جامعۃ علیکرہ الاسبق وامثالہ کانوا

یذھبون الیہ لحل بعض المشکلات العویصہ فی المسائل الحسابیۃ الھندسہ

(ترجمہ) اور یہ قابل ذکر ہے کہ مولانا احمد رضا خاں علوم نظریہ وعملیہ کے جامع ہونے میں اپنے معاصرین اور ہم چشموں میں امتیازی شان رکھتے تھے۔ ریاضی ، حساب ، الجبرا ، جیسے علوم میں ان کی مہارت کا یہ جیتا جاگتا ثبوت ہے کہ ڈاکٹر ضیاء الدین (وائس چانسلر ، مسلم یونیورسٹی علی گڑھ) جیسے شہرت یافتہ ریاضی داں ، جیومٹری اور حساب کے دشوار ترین الجھنوں کو سلجھانے کے لئے ان کی خدمات حاصل کرتے تھے ۔

{ڈاکٹر محی الدین الوائی ، از ہر یونیورسٹی ، قاہرہ
صوت الشرق ، قاہرہ ، شمارہ فروری ۱۹۷۰ء ، ص ۱۶ — ۱۷ ۔}

(۳)

بہت خلیق اور منکسر المزاج اور ریاضی بہت اچھی جانتے تھے باوجودیکہ کسی سے پڑھا نہیں، ان کو علم لدنی تھا، میرے سوال کا جو بہت مشکل اور لاحل تھا۔ ایسا فی البدیہہ جواب دیا گویا اس مسئلے پر عرصہ سے ریسرچ کیا ہے، اب ہندوستان میں کوئی جاننے والا نہیں۔

{ڈاکٹر ضیاء الدین، پی۔ ایچ۔ ڈی (جرمنی)، ڈی، ایس، سی (کلکتہ)
ظفر الدین بہاری: حیات اعلیٰ حضرت، جلد اول، مطبوعہ کراچی، ص ۱۵۵}

(۴)

He was distinguished from the beginning for his unusal intellectual skills,---- and intuitive skill in mathematics-------. He is said to have solved, for example, problem in mathematics for Ziay-ud-Din Ahmed------------------ who otherwise would have travelled to Germany in search of solutions.

(ترجمہ)

"وہ ابتداء ہی سے اپنی غیر معمولی ذہانت اور علم ریاضی میں خداداد ملکہ کی وجہ سے ممتاز تھے مثلاً کہا جاتا ہے کہ انہوں نے (ڈاکٹر) ضیاء الدین احمد کے لئے ریاضی کے ایسے مسئلے کو حل کر کے رکھ دیا جس کے لئے وہ جرمنی جانے والے تھے۔"

{Dr. Barbara D. Metcalf: The Reformist ulama: Muslim Religion Leadership in India 1860–1900, Berkeley, 1974, PP. 35–36.}

(۵)

اعلیٰ حضرت مولانا احمد رضا خاں علیہ الرحمہ اپنے دور کے بے مثل علماء میں شمار ہوتے ہیں ان کے فضل و کمال، ذہانت و فطانت، طبّاعی و درّاکی کے سامنے بڑے بڑے علماء، فضلاء یونیورسٹیوں کے اساتذہ، محققین اور مستشرقین نظروں میں نہیں جچتے، مختصر یہ ہے کہ وہ کون سا علم ہے جو انہیں نہیں آتا تھا، وہ کون سا فن ہے جس سے وہ واقف نہیں تھے؟

ڈاکٹر غلام مصطفےٰ خاں، پی۔ ایچ۔ ڈی، ڈی، لٹ (ناگپور)
افق، کراچی، شمارہ ۲۲ جنوری تا ۲۸ جنوری ۱۹۷۹ء، ص ۱۰

(۶)

درس و تدریس کے علاوہ مختلف علوم و فنون پر کئی کتابیں اور رسائل تصنیف و تالیف کئے جن میں بارہ جلد فتاویٰ رضویہ کا مجموعہ ہے، قرآن مجید کا ترجمہ بھی کیا، علوم ریاضی اور جفر میں بھی مہارت رکھتے تھے۔

ڈاکٹر عبدالوحید، ایم۔ اے، پی۔ ایچ۔ ڈی (لندن)
اردو انسائیکلوپیڈیا، مطبوعہ لاہور، ص ۸۶۔

(۷)

اعلیٰ حضرت کی شخصیت کا ہر پہلو اس قدر وجیہہ و وقیع ہے ہر جہت میں اس درجہ جامعیت و مانعیت ہے کہ اہل فکر و نظر کے لئے یہ فیصلہ کرنا دشوار ہو جاتا ہے کہ ان جہات میں سے وہ کون سی جہت ہے جو سب سے زیادہ دل کش ہے ......۔ حقیقت یہ ہے کہ وہ ایسا کل ہے جس کا ہر جزو اس درجہ وسیع و بسیط ہے کہ دیکھنے والے کی نظر و فکر اس ایک ہی جزو کی وسعتوں اور پہنائیوں میں گم ہو کر رہ جاتی ہے۔

ڈاکٹر الٰہی بخش اختر اعوان، ایم۔ اے، پی۔ ایچ۔ ڈی (لندن)
عرفان رضا، (قلمی)، ۱۳۹۹ھ/ ۱۹۷۹ء، ص ۷

# رسالہ در علمِ لوگارثم

۱۳۲۵ھ / ۱۹۰۷ء

محشّٰی

امام احمد رضا خاں بریلوی

بسم اللہ الرحمن الرحیم

نحمدہ ونستعینہ ونصلی علی رسولہ الکریم

(۱) جدول لوگارتھم اجتماع اعداد معاون کو کہتے ہیں اور وہ اسطرح بنائی جاتی ہے کہ اوس سے ضرب عامہ اعداد کی حاصل ہوتی ہے اونکے لوگارتھم جمع کرنے سے تقسیم تفریق سے قوتون کا صعود ضرب سے اور جذر تقسیم سے

یہ معاون اعداد یا لوگارتھم قوت کہلاتے ہین اوس عدد کے جسکو صاعد کرنا ہے (اوس عدد کو بیس کہتے ہین) بغرض اسکے کہ وہ عدد حاصل ہو جائے جسکا کہ یہ لوگارتھم ہے - بیان بالا من جبر مقابلہ کے اصطلاحات مذکور ہوئین جبکہ ا اور ب دو عدد مجہول بناتے ہین -

ا  لو (ا × ب) = لو ا + لو ب

ب  لو $\frac{ا}{ب}$ = لو ا − لو ب

ج  لو $ا^{ن}$ = ن لو ا

د  لو $\sqrt[ن]{ا}$ = لو $ا^{\frac{1}{ن}}$ = $\frac{1}{ن}$ لو ا

(۲) ذیل کے عام لوگارتھمونکی جدول مین بیس ۱۰ ہے اور وہ قوت جس تک ۱۰ کو صاعد کرنا ہے بغرض حاصل کرنے کسی عدد کی اوس عدد کا لوگارتھم ہے اسطرح

$10^1 = 10$  ∴  ۱ = لو ۱۰

$10^2 = 100$  ∴  ۲ = لو ۱۰۰

$10^3 = 1000$  ∴  ۳ = لو ۱۰۰۰

$10^4 = 10000$  ∴  ۴ = لو ۱۰۰۰۰

$10^5 = 100000$  ∴  ۵ = لو ۱۰۰۰۰۰

اگر یہیں سے شروع کیا جائے تو ہم اونہیں مدارج کے ساتھ اوپر تقسیم کرینگے اور ہمکو ذیل کے نتیجہ حاصل ہونگے

$$10^{1} = 10 \quad \therefore \quad 1 = \text{لو}\ 10$$

$$10^{0} = 1 \quad \therefore \quad 0 = \text{لو}\ 1$$

$$10^{-1} = \frac{1}{10} = .1 \quad \therefore \quad -1 = \text{لو}\ .1$$

$$10^{-2} = \frac{1}{100} = .01 \quad \therefore \quad -2 = \text{لو}\ .01$$

$$10^{-3} = \frac{1}{1000} = .001 \quad \therefore \quad -3 = \text{لو}\ .001$$

$$10^{-4} = \frac{1}{10000} = .0001 \quad \therefore \quad -4 = \text{لو}\ .0001$$

وغیرہ      وغیرہ

جبکہ ہمکو جدول سے یہ بات معلوم ہو گئی کہ لو ۳۵ = ۱٫۵۴۴۰۶۸۰ اسکے معنے یہ ہیں

$$10^{1.5440680} = 10^{\frac{15440680}{10000000}} = 35$$

یا یہ کہ اگر ۱۰ کو اوس کسر والی قوت تک صاعد کیا جائے جسکا شمار کنندہ ظاہر کرے اور اسطرح جو عدد حاصل ہو تو نسب نما کا جذر لیا جائے تو نتیجہ ۳۵ ہوگا دیگر لوگارثم اسطرح معلوم کئے جاتے ہیں

(۳) بیان بالا سے یہ ظاہر ہوا کہ عام لوگارثم ۱ کا = ۰ اور لوگارثم ۱۰ کا = ۱ پس لوگارثم اون اعداد کا جو کہ ایک سے بڑے ہوں اور ۱۰ سے چھوٹے۔ ۰ سے بڑا اور ۱ سے چھوٹا ہوگا دوسرے لفظوں میں وہ ایک کسر واجب یا اعشاریہ بغیر عدد صحیح کے ہوگا اور لوگارثم اون سب اعداد کا جو کہ ۱۰ سے بڑے ہوں اور ۱۰۰ سے کم ۱ سے بڑا اور ۲ سے چھوٹا ہوگا یا یہ ہوگا ۱ + اعشاریہ اور لوگارثم اوس عدد کا جسمیں تین عدد صحیح ہوں یہ ہوگا ۲ + اعشاریہ وعلی ہذا القیاس۔ حصہ صحیح لوگارثم کا ہمیشہ ایک کم ہوگا حصہ صحیح اوس عدد سے جسکا لوگارثم ہے

حل۔ لوگارثم کے حصہ صحیح کو کیریکٹرسٹک کہتے ہیں اور حصہ کسر کو مین ٹسا۔

(۴) یہ بھی ظاہر ہے کہ لوگارثم تمام کسور واجب کے منفی ہوتے ہیں اسطرح لوگارثم $\frac{3}{4}$ یا لو ۰٫۷۵ کا یہ ہے (ا ب) لو ۳ - لو ۴ یا ۰٫۴۷۷۱۲۱۳ - ۰٫۶۰۲۰۶۰۰ = -۰٫۱۲۴۹۳۸۷ لیکن اسکو اگر ۱ میں سے تفریق کریں جو لو ۱ کا ہے تو یہ ہوگا $\bar{1}.8750613$ جسمیں کسر صرف منفی ہے اور مین ٹسا مثبت اور اوسمیں وہی اعداد ہیں جو کہ لو ۷۵ کے مین ٹسا ہیں یعنی ۱٫۸۷۵۰۶۱۳ ۔ اس سے یہ معلوم ہوتا ہے

کہ کسی عدد کے لوگارثم کا مینٹسا ایک ہی ہوتا ہے جہانتک کہ عدد کی وہی ترتیب باقی رہین اور کیرکٹرسٹک صرف تبدیل ہو جائے جبکہ ہندسہ کا مقام تبدیل ہو اسطرح

| | |
|---|---|
| لو ۴۳۷۵۸۹ = | ۴٫۶۴۱۰۵۷۵ |
| لو ۴۳۷۵٫۸۹ = | ۳٫۶۴۱۰۵۷۵ |
| لو ۴۳۷٫۵۸۹ = | ۲٫۶۴۱۰۵۷۵ |
| لو ۴۳٫۷۵۸۹ = | ۱٫۶۴۱۰۵۷۵ |
| لو ۴٫۳۷۵۸۹ = | ۰٫۶۴۱۰۵۷۵ |
| لو ٫۴۳۷۵۸۹ = | $\bar{1}$٫۶۴۱۰۵۷۵ |
| لو ٫۰۴۳۷۵۸۹ = | $\bar{2}$٫۶۴۱۰۵۷۵ |
| لو ٫۰۰۴۳۷۵۸۹ = | $\bar{3}$٫۶۴۱۰۵۷۵ |
| وغیرہ | وغیرہ |

یہ خاصیت کیرکٹرسٹک اور مینٹسا کی اون لوگارثمون مین درست ہوگی جنکا بیس اور اعداد کی پیمانہ کا جذر ایک ہی ہو — وہ نیپیرین لوگارثم مین درست ہوگی پس جدول نیپیرین لوگارثمون کی کہ مفید عام ہو غیر محدود مطلوب ہوگی اس باعث جدول عام لوگارثمون کی جنمین کلیہ اعداد آجائین اور کسی دوسرے بیس کیلئے آسانی سے استعمال ہو سکی ناممکن ہے،

(۵) کیرکٹرسٹک — جو کچھ اوپر بیان کیا گیا اور نیز اس سے ثابت ہے کہ صرف لوگارثم کا مینٹسا جدول مین لکھا گیا ہے کیرکٹرسٹک ہر حال مین محاسب کو پیدا کرنا چاہئے یہ ذیل کے آسان قاعدون سے معلوم ہو سکتی ہے ۴

(أ) اگر ہر اوس عدد مین جسکا کہ لوگارثم تلاش کیا جائے ایک یا زائد عدد صحیح ہون تو کیرکٹرسٹک اون اعداد صحیح سے ایک عدد کم اور مثبت ہوگا۔ [illegible]

[illegible]

(ب) اگر وہ عدد صرف اعشاریہ ہو تو اوسکا کیرہ ہی جو لہ مقام ہمزہ سی اوسکا پہلا اشارہ کنندہ عدد ہو اور وہ منفی ہوتا ہی اس صورت مین علامت نفی کیرہ کے اوپر لکھی جاتی ہی تا ظاہر کرے کہ وہی صرف منفی ہی کیونکہ مینٹسا ہمیشہ مثبت ہوتا ہی [illegible]

(۶) جدول سے کسی عدد کی لوگارتم نکالنے کا طریقہ ٤

(ا) اگر اوس عدد مین تین ہندسون سے زائد نہون تو مینٹسا اوسکے مقابل پہلی پانچ صفحون مین سے کسی مین ملیگا اور کیرہ معلوم کرنا چاہئے (۵ ا) یا (۵ ب) سے جبکہ اوسمین عدد صحیح ہو یا ہمہ و کمال اعشاریہ ہو اسطرح

لو ۸۵۲ = ۲٫۹۳۰۴۳۹۶

اور لو ٫۰۰۴۵ = $\bar{3}$٫۶۵۳۲۱۲۵

(ب) اگر اوس عدد مین چار مرتبے ہون تو مینٹسا ۶ صفحہ سے ۱۸۵ صفحہ تک ملیگا صفحہ کے نیچے صفحہ کے شروع مین اور مقابل ہے عدد اوس کالم مین جسمین نمبر لکھا ہی صفحہ کے بائین جانب اور کیرہ معلوم کرنا چاہئی جیسے کہ صورت آخیرہ مین بیان کیا اسطرح وہ معلوم ہوگا

لو ۳۷۴۵ = ۳٫۵۷۳۴۵۱۸

اور لو ٫۰۳۷۴۵ = $\bar{2}$٫۵۷۳۴۵۱۸

(س) اگر اوس عدد مین پانچ مرتبے ہون تو مینٹسا ۶ صفحہ سے ۱۸۵ صفحہ تک ملیگا مقابل پہلے چار ہندسون کی صفحہ کے بائین جانب اور نیچے پانچوین کے شروع صفحہ مین اسطرح

لو ۸۷۶۴۷ = ۴٫۹۴۲۷۳۷۱

اور لو ٫۰۰۷۸۵۳۹ = $\bar{3}$٫۸۹۵۰۸۵۴

(د) اگر اوس عدد مین جسکا کہ لوگارتم تلاش کیا جائے چھ یا سات ہندسے ہون تو مینٹسا معلوم کرو

بموجب اوس ہدایت کی جو (س) مین بیان کیگئی ہیہ تفاضل درمیان اس لوگارثم اور اسکی بعد کے اقرب لوگارثم کے معلوم کرو جو کہ تبدیلی ہے اوس لوگارثم مین جسمین ایک کی زیادتی ہو یا کسی اکائی کے اوس عدد کے پانچوین ہندسہ مین اب چھٹا ہندسہ اس اکائی کا $\frac{1}{10}$ ہوگا اور چھٹا اور ساتوان ہندسہ اس اکائی کا $\frac{1}{100}$ ہوگا دوسرے لفظون مین وہ ہندسے اسی نسبت سے اعشاریہ ہونگے پس اگر تفاضل کو جو کہ اوپر معلوم کیا گیا تھا اون اوپر کے پانچ ہندسون مین ضرب دیا جاے اور اسکو اعشاریہ تصور کیا جاے اور حاصل ضرب کو اوس لوگارثم مین جمع کیا جاے جو بطور تقیہ بالا معلوم کیا گیا تھا تو حاصل جمع صحیح لوگارثم مطلوب ہوگا اسطرح لوگارثم معلوم کرو ۳۸۷۵۴٫۸ کا

لو ۳۸۷۵۴ = ۴٫۵۸۸۳۱۶۵

لو ۳۸۷۵۵ = ۴٫۵۸۸۳۲۷۷

انکا تفاضل یہ ہی ۱۱۲

اور ۱۱۲ × ٫۸ = ۸۹٫۶ یا ۹۰ = صحت

∴ لو ۳۸۷۵۴٫۸ = ۴٫۵۸۸۳۲۵۵

لوگارثم معلوم کرو ۲۷۶٫۵۴۷۳ کا

یہان لو ۲۷۶٫۵۵ = ۲٫۴۴۱۷۷۳۷

لو ۲۷۶٫۵۴ = ۲٫۴۴۱۷۵۸۰

انکا تفاضل یہ ہی ۱۵۷

اور ۱۵۷ × ٫۷۳ = ۱۱۴٫۶۱ یا ۱۱۵ = صحت

∴ لو ۲۷۶٫۵۴۷۳ = ۲٫۴۴۱۷۶۹۵

## (۷) حصص متناسب کا بیان

یہ صحت بذریعہ حصص متناسبہ کے کالمونکے بہت جلد دریافت ہوسکتی ہی جو کہ ہر صفحہ کے داہنی ہاتھ کی جانب ملینگے اسطرح کہ ۱۲۱ کے تفاضل کے نیچے اور مقابل مین ۸ کے ۹۰ پایا جاتا ہی جو کہ لوگارتم کے اخیر عدد ۷۵۴ تین جمع کرنے پر یہ عدد پیدا کرتا ہی ۴۸۵۷۸۳ بطور سابق میان کے اور نیز تفاضل ۱۵۷ اکے نیچے اور ۷ کے مقابل ۱۱۰ پایا جاتا ہی اور ۳ کے مقابل ۴۷ لیکن چونکہ ۳ ساتوین مرتبہ مین ہے تو ۴۷ کو ۴٫۷ خیال کرنا چاہئی جو کہ ۵ سی بہ نسبت ۴ کے اقرب ہی تو اسواسطے اسکو ۵ خیال کرنا چاہئے اور اسکو ۱۱۰ کے ساتھ جمع کرنے سی ۱۱۵ پیدا ہوتا ہے اور یہ صحت ہی جو کہ لوگارتم ۴۸۵٫۶۷۲ مین بغرض حاصل کرنے لوگارتم ۳۷۴۸۵٫۶۷۴ کے جمع کی جائیگی اور اسکا نتیجہ وہی ہوگا جو اوپر بیان ہوا

(ا م) تفاضل جدولونکی شروع ہوتے ہی تبدیل ہوجاتے ہین لیکن بوجہ کمی گنجائش کے صرف تیسرا تفاضل لکھا گیا ہے صفحہ ۱ سے ۱۳ تک اور صفحہ ۱۴ سے ۲۳ تک صرف دوسرا اور صفحہ ۴۴ سے اخیر تک ہر تفاضل لکھا گیا ہی — اور جبکہ صحیح تفاضل نہ لکھا گیا ہو تو اوس تفاضل کو استعمال کرو جو کہ اوس کے بعد ایک فرق رہتا ہو اسکا نتیجہ کافی طور پر معمولی اغراض کے لیے صحیح ہوگا لیکن جبکہ بہت بڑی صحت مطلوب ہو تو بموجب قاعدہ (د) کے جو اوپر بیان ہوا درست کرو

(ف م) لوگارتم ۱۰۰۰۰ سے ۱۰۸۰۰۰ تک کے عددونکی صفحہ ۱۸۶ سے ۲۰۱ تک لکھے گئی ہین اعشاریہ کے آٹھ درجون تک وہ صحیح طور پر بموجب بیان بالا کی لئے جاتین - پانچ ہندسے عددونکی صفحہ کی شروع مین پائے جائینگے اور چھٹا اوسکے اوپر ساتوین اور آٹھوین کی صحت بموجب (۶ اور ۷) کے معلوم ہوسکتی ہی —

## مشق

۱ لوگارتم ۷۲۹ کا = ۲٫۸۶۲۷۲۷۵

۲ لوگارتم ۴٫۳۸۵ کا = ۰٫۶۴۱۹۶۹۶

۳ لوگارتھم ۵۳۸۷۴ کا = ۴،۷۳۱۳۷۹۲

۴ لوگارتھم ۵۳،۸۷۴۵ کا = ۱،۷۳۱۳۸۳۳

۵ لوگارتھم ،۰۰۳۷۶۸ کا = ۳̅،۵۷۶۱۱۰۹

۶ لوگارتھم ۷۸۵۳۹۶۸ = ۶،۸۹۵۰۸۹۱

۷ لوگارتھم ،۷۸۵۳۹۸۱۶ = ۱̅،۸۹۵۰۸۹۹

۸ لوگارتھم ۱۰۴۷،۳۵۶۴ = ۳،۰۲۰۰۹۴۴۹ (ب ۷)

(۸) کسی لوگارتھم معلوم سے اوسکی مطابق عدد معلوم کرنیکا طریق

جبکہ جدول مین لوگارتھم نہ ملے تو اوسکے قریب تر کا تحتانی لوگارتھم معلوم کرو اور پانچ ہندسے اوسکے متعلق عدد کے۔ پھر تفاضل درمیان اس لوگارتھم اور دیے ہوے لوگارتھم کے معلوم کرو اور پھر مطابق جدولی تفاضل کے حصہ متناسب معلوم کرو جو کہ اس تفاضل کے برابر ہو اور اسکے مقابل چھٹا ہندسہ عدد کا پایا جاتا ہے لیکن اگر تفاضل حصص متناسب کے درمیان ٹھیک نہ پایا جاے تو تحتانی متصل کا حصہ معلوم کرو تو ہندسہ اوسکی مقابل کا چھٹا ہندسہ عدد کا ہوگا تفریق کرو اس حصہ کو دیے ہوے تفاضل سے اور حاصل تفریق پر ایک صفر زیادہ کرو اور اسکو آیت نیا تناسب حصہ خیال کرو اور مطابق ہندسہ بدستور سابق معلوم کرو کہ عدد مطلوب کا ساتوان ہندسہ ہوگا

مثال

وہ عدد معلوم کرو جسکا لوگارتھم ۳،۹۲۱۲۰۷۴ ہے

دیا ہوا لوگارتھم ~~[illegible]~~ = ۳،۹۲۱۲۰۷۴

عدد = ۸۳۴۰،۷ متصل تحتانی لوگارتھم = ۳،۹۲۱۲۰۲۵

۴۹
۴۷
۲۰

عدد = ..۲،۰۹ متصل تحتانی حصہ تناسب ۹

عدد = ۰۰۰٫۰۰۴ اقرب حصہ متناسب ۲۱۰

پس ۸۳۴۰٫۷۹۴ عدد مطلوب ہے

## تخمینہ منفی کیریکٹرسٹک کا

منفی لوگارتھم کا کیریکٹرسٹک معلوم کرنا معمولی بات ہے اسیطرح تخمینہ بھی معلوم ہو سکتا ہے وہ تخمینے جسمین کیر منفی ہو بموجب جبر و مقابلہ کے جمع و تفریق کے قاعدونکی معلوم ہوسکتے ہین

(۹) (ا) اگر دو منفی کیر جمع کرنا ہون تو اونکا حاصل جمع معلوم کرو اور اوسکی منفی رکھو اسطرح ۲̄ جمع کئے ۳̄ ہین = ۵̄ (ب) اگر ایک مثبت اور ایک منفی کیر جمع کرنا ہو تو اونکا فرق دریافت کرو اور اوسکی منفی سمجھو اگر منفی کیر بڑا ہو اور مثبت خیال کرو اگر مثبت کیر بڑا ہو اسطرح ۶ و ۲̄ = ۴ اور ۵ و ۲̄ = ۳ اور ۵̄ و ۲ = ۳̄ اور ۲̄ ۱ = ۱̄ وعلی ہذا القیاس ذیل کی مثالین آسانی سے حل ہو جاینگی اگر ان دو قاعدونکو ذہن مین رکہا جاوے

## مثالین

۱ جمع کرو ۵٫۳۴۶۸۵۴۱ اور ۳̄٫۲۶۸۵۴۲۷ کو

| |
|---|
| ۵٫۳۴۶۸۵۴۱ |
| ۳̄٫۲۶۸۵۴۲۷ |
| ۲٫۶۱۵۳۹۶۸ |

۲ جمع کرو ۶̄٫۳۸۷۴۶۵۴ اور ۲̄٫۹۲۴۵۶۳۶ کو

| |
|---|
| ۶̄٫۳۸۷۴۶۵۴ |
| ۲̄٫۹۲۴۵۶۳۶ |
| ۵٫۳۱۲۰۲۹۰ |

اس مثال مین حاصل جمع اعشاریہ کے پہلے مرتبہ کا ۱۳ ہے اور حاصل ۱ ۶̄ مین جمع کرنے سے ۷̄ معلوم ہوتا ہے پہر ۷̄ و ۲ کا نتیجہ ۵̄ ہے ۳ جمع کرو ۲̄٫۵۶۳۲۸۷۴ اور ۳̄٫۲۴۶۵۲۸۱ کو

| |
|---|
| ۲̄٫۵۶۳۲۸۷۴ |
| ۳̄٫۲۴۶۵۲۸۱ |
| ۵̄٫۸۰۹۸۱۵۵ |

۱۰) اگر ایک منفی پر تفریق کرنا ہو تو اوسکی علامت تبدیل مثبت کردو اور پھر بموجب قاعدہ جمع کے جمع کر لو اسطرح کہ ۳ کو ۲ میں سے تفریق کریں تو نتیجہ وہ حاصل ہوگا جو ۳ و ۲ کے جمع کرنے سے حاصل ہوتا ہی یعنی ۵ اسیطرح ۵ کو ۲ سے تفریق کرنیسے نتیجہ ۵ – ۲ یعنی ۳ حاصل ہوتا ہی نمبر ۳ کو ۵ سے منہا کرنےسے ۳ – ۵ یعنی ۲ حاصل ہوتا ہے

مثالین

۱ تفریق کرو ۲ر۲۶۸۴۷۶۵۸ کو ۳ر۲۲۴۶۸۵۴۳ سے

۲ر۲۶۸۴۷۶۵۸
۳ر۲۲۴۶۸۵۴۳
۵ر۴۳۴۹۱۱۵

۲ تفریق کرو ۲ر۳۳۴۶۸۵۳۷ کو ۵ر۷۶۵۴۶۲۲۶ سے

۲ر۳۳۴۶۸۵۳۷
۵ر۷۶۵۴۶۲۲۶
۲ر۵۸۱۳۹۱۱

یہان ۵ کو ۲ سے تفریق کیا ہے تو ۵ – ۲ یعنی ۳ حاصل تفریق ہے لیکن پہلی مرتبہ اعشاریہ کو تفریق کرنے مین ایک ۳ مین شامل ہوگا یعنی ایک تفریق ہوگا اور بڑے عدد ۲ مین سے جوکہ اوسکو ۳ بنا دیتا ہی پھر ۳ اور ۵ کا نتیجہ ہو

۳ تفریق کرو ۵ر۶۸۴۳۲۵۲ کو ۳ر۷۸۵۶۳۱۰ سے

۵ر۶۸۴۳۲۵۲
۳ر۷۸۵۶۳۱۰
۳ر۸۹۸۶۹۴۱

یہان ۳ کو ۵ سے تفریق کیا تو ۳ – ۵ یعنی ۲ حاصل ہوا اور ایک اپانچ سے لیگے جائیگا جو کہ درحقیقت تفریق ہوگا اور نتیجہ ۲ و ۱ یعنی ۳ ہوگا یا ۱ مع ۵ کے ۶ ہوتا ہے اور ۳ کو ۶ سے منہا کرنےسے ۳ و ۶ یعنی ۳ حاصل ہوتا ہے

(۱۱) اگر لوگارثم کو کسی منفی کیر سے ضرب کرنا ہو تو حصہ کسر بقاعدہ معمول ضرب دو پھر منفی کیر کو ضرب دو اسکا حاصل منفی ہوگا اور عدد محصول کو اسمیں جمع کرو بموجب قاعدہ ۷ جو اوپر مذکور ہوا اسطرح ۲̄ × ۵ = ۱۰̄ اور اگر ۲ محصول کو جمع کرنا ہو تو نتیجہ ۸̄ ہوگا

**مثالیں** (۱) ضرب دو ۴۳۶۸۵۴۶۴، ۲̄ کو ۲ سے

۲̄،۳۶۸۵۴۶۴
۲
۳̄،۷۳۷۰۹۲۸

(۲) ضرب دو ۳۷۸۵۶۴۷۳، ۳̄ کو ۶ سے

۳̄،۷۸۵۶۴۷۳ × ۶ = ۱۴̄،۷۱۳۸۸۳۸

بیان ۳̄ × ۶ = ۱۸̄ اور ۱۸̄ مع محصول ۴ کے = ۱۴̄

(۱۲) لوگارثم کو جبکہ کیر منفی ہو تقسیم کرنے کا قاعدہ اگر کیر مقسوم علیہ پر صحیح تقسیم ہو سکے تو خارج قسمت کو مع علامت منفی کے لکھو اور حصہ کسر کو بقاعدہ معمول تقسیم کرو لیکن اگر منفی کیر مقسوم علیہ پر صحیح تقسیم نہو سکے تو ایسا منفی عدد اوسمیں جوڑو کہ وہ قابل تقسیم ہوجائے اور اسکے برابر عدد صحیح لوگارثم کے حصہ کسر میں لگاؤ پھر اس بڑے ہوئے منفی قوت نما کو تقسیم کرو اور لوگارثم کے دوسرے حصہ کو جدا تقسیم کرو تو خارج قسمت بیان ہوا کہ منفی لکھا گیا تھا خارج قسمت کے حصہ کسر کا کیر ہوگا اسطرح ۶̄ ÷ ۳ = ۲̄ لیکن ۱۰̄ کو ۳ پر تقسیم کرنے میں ۲ اوسمیں جمع کرو تو ۱۰̄ + ۲̄ = ۱۲̄ اور ۲ کے پس ۱۲̄ ÷ ۳ = ۴̄ اور ۲ ÷ ۳ = ۶۶۶ اسواسطے خارج قسمت ۴̄ اور ۶۶۶ ہے

۲ مثال

۱ تقسیم کرو ۳۲۲۴۶۸۴۶، ۶̄ کو ۳ پر ۶̄،۳۲۲۴۶۸۴۶ ÷ ۳ = ۲̄،۱۰۸۲۲۸۲

۲ تقسیم کرو ۳۲۲۶۸۴۷۲، ۱۴̄ کو ۹ پر ۱۴̄،۳۲۲۶۸۴۷۲ = ۱۸̄ + ۴، ۳۲۲۶۸۴۷۲ = ۲̄،۴۸۰۷۶۰۸ یہی خارج قسمت ہے

بیان یہاں چار جو دو ۱۴̄ میں جمع کرنا چاہئے تاکہ مجموعہ ۱۸̄ نو پر صحیح منقسم ہو جاوے اور چونکہ ۴

## تتمہ

جمع کیا گیا ہے اسواسطے ۴ حصہ کسر تنزیل کرنا چاہئے اس صورت میں لوگارثم کی قیمت میں تبدیلی نہوگی کیونکہ اوسمیں ۴̄ اور ۴ جمع کیا گیا ہے جو کہ صفر ہے

(۱۳) لوگارثم سے ضرب کرنیکا طریقہ۔ اجزائے ضربی کے لوگارثم جمع کرو مجموعہ حاصل ضرب کا لوگارثم ہوگا

### امثلہ

۱ ضرب کرو ۲٫۵۸۱۹۲۶ کو ۳۴۵٫۷۲۹۱ سے

لو ۲٫۵۸۱۹۲۶ = ۰٫۴۱۱۹۴۳۸
لو ۳۴۵٫۷۲۹۱ = ۲٫۵۳۸۷۳۵۹
مجموعہ ۲٫۹۵۰۶۷۹۷

حاصل ضرب = ۸۹۲٫۶۴۷ اوسکا لوگارثم = ۲٫۹۵۰۶۷۹۷

۲ ضرب کرو ٫۰۳۹۰۲ و ۵۹٫۷۱۶ و ٫۰۰۳۱۴۷۲۸ کو

لو ٫۰۳۹۰۲ = ۲̄٫۵۹۱۲۸۷۳
لو ۵۹٫۷۱۶ = ۱٫۷۷۶۰۹۰۷
لو ٫۰۰۳۱۴۷۲۸ = ۳̄٫۴۹۷۹۳۵۳
مجموعہ ۳̄٫۸۶۵۳۱۳۳

حاصل ضرب = ٫۰۰۷۳۳۳۵۲۳ اوسکا لوگارثم =

### مشق

۱ ضرب کرو ۲۳۱٫۴ و ۵٫۰۶۲ کو جواب ۱۱۷۱٫۳۴۷

۲ ضرب کرو ۳۵٫۸۶ و ۲٫۱۰۴۶ و ۴٫۸۳۷۲ و ٫۰۰۲۹۴ جواب

۱۲ (۱۴) لوگارثم سے تقسیم کرنیکا طریقہ۔ مقسوم کے لوگارثم سے مقسوم علیہ کا لوگارثم تفریق کرو حاصل تفریق خارج قسمت کا لوگارثم ہوگا

### امثلہ

۱ تقسیم کرو ۳۷۱٫۴۹ کو ۵۲٫۳۷۶ پر

لو ۳۷۱ر۴۹ = ۲ر۵۶۹۹۴۷۱

لو ۵۲ر۳۷۶ = ۱ر۷۱۹۱۳۲۳

تفاضل ۰ر۸۵۰۸۱۴۸

خارج قسمت = ۷ر۰۹۲۷۵۲

۲ تقسیم کرو ر۰۷۴۳۸ کو ر۰۱۲۹۴۷۶ پر

لو ر۰۷۴۳۸ = ۲̄ر۸۷۱۴۵۶۲

لو ر۰۱۲۹۴۷۶ = ۲̄ر۱۱۲۱۸۹۳

تفاضل ۰ر۷۵۹۲۶۶۹

خارج قسمت = ر۰۰۰۵۷۴۴۶۹۴

## مشق

۱ تقسیم کرو ۲۴۱ر۶۳ کو ۴۵ر۶۷ پر جواب ۵ر۲۹۰۷۸۲

۲ تقسیم کرو ۶۳۱۴۳ر کو ۱۴۲۷۰۰ر پر جواب ۹۷ر۱۹۷۶۹۲

(۱۵) لوگارثم سے تناسب نکالنے کا طریقہ — لوگارثم پہلی دوسری اور تیسری حد کے جمع کرو اور مجموعہ سے لوگارثم پہلی حد کا تفریق کرو یہ حاصل تفریق چوتھی حد کا لوگارثم ہوگا

(ا) کسی عدد کا حسابی متمم وہ تفاضل ہے جسکو ایسے عدد سے تفریق کریں جسمیں ۱ شامل ہو اور اتنی صفریں جتنے اس عدد میں ہندسے ہیں جبکہ قوت نما کسی لوگارثم کا ۱۰ سے کم ہو (جو کہ اکثر ہوا کرتا ہے) تو اوسکا حسابی متمم دریافت ہوتا ہے اوسکو ۱۰ میں سے تفریق کرتے ہیں

(ب) حسابی متمم کسی لوگارثم کا بہت آسانی سے دریافت ہو سکتا ہے اوسکی داہنے ہاتھ کے ہندسہ کو دس میں سے تفریق کرتے ہیں اور اوسکے سوا باقی جتنے ہندسے ہیں اونکو ۹ میں سے تفریق کرتے ہیں — پہلی حد کے لوگارثم کو بجاے تفریق کرنیکے اوسکا حسابی متمم دوسری

اور تیسری حد کے لوگارتھم میں جوڑا جائے یہ مجموعہ قوت نمائی ہے ۱۰ تفریق کرنے کے بعد چوتھی حد کا لوگارتھم ہوگا

**مثال** چوتھا عدد متناسب ۷۲۳٫۴ اور ۲۰٫۵۱۹ اور ۳۵۷۴٫۸۶۲ کا معلوم کرو

۷۲۳٫۴ کا لوگارتھم ۲٫۸۵۹۳۷۸۵ تتمہ میں ۳̄٫۱۴۰۶۲۱۵ ہے

جو نسبت ۷۲۳٫۴ (اتنی کو) اسکو

اسکے ہی ۲۰٫۵۱۹ کو (لوگارتھم) ۱٫۳۱۲۱۲۲۸۲ (لوگارتھم بطور) ۱٫۳۱۲۱۲۲۸۲

وہی نسبت ہے ۳۵۷۴٫۸۶۲ (اتنا) ۳٫۵۵۳۲۵۹۲ (تتمہ سے) ۳٫۵۵۳۲۵۹۲

| | |
|---|---|
| ۳̄٫۱۴۰۶۲۱۵ (تتمہ) | |
| ۱٫۳۱۲۱۲۲۸۲ | ۱٫۳۱۲۱۲۲۸۲ |
| ۳٫۵۵۳۲۵۹۲ | ۳٫۵۵۳۲۵۹۲ |
| ۱٫۹۵۴۴۸۷۴ | |
| ۲̄٫۰۹۵۱۰۸۹ (حاصل) | ۲̄٫۰۹۵۱۰۸۹ (حاصل) |

اس سے ۱٫۲۲۴۸۴۲۷ (اول)

پہلے طریقہ عمل میں دوسری اور تیسری حد کے لوگارتھم جمع کئے گئے ہیں اور مجموعہ سے پہلی حد کا لوگارتھم منہا کیا گیا جسکا حاصل تفریق آیا ہے

(س) حسابی تتمہ کسی عدد کا بعض اوقات حاصل تفریق جبر ہوتا ہے جو کہ صفر سے تفریق کرنے کے بعد بچتا ہے

کسی عدد کو کسی عدد میں سے تفریق کرنے کے بجائے اگر یہ حسابی تتمہ پہلے عدد کا عدد آخر میں جوڑا جائے تو مجموعہ تفاضل مطلوبہ ہوگا بغیر ۱۰ یا کسی عدد کو تفریق کرنے کے اسطرح مثال بالا میں ح م

۷۲۳٫۴ کے لوگارتھم کا = ۳̄٫۱۴۰۶۲۱۵

لو ۲۰٫۵۱۹ کا = ۱٫۳۱۲۱۲۲۸۲

لو ۳۵۷۴٫۸۶۲ کا = ۳٫۵۵۳۲۵۹۲

| ح م = حسابی تتمہ |
|---|

۲̄٫۰۹۵۱۰۸۹

نتیجہ اسکا بھی وہی ہے جو پہلے حاصل ہوا تھا —

۱۳ (۱۶) لوگارتھم کے ذریعہ سے قوتوں کا صعود — عدد معلوم کے لوگارتھم کو اوس قوت کے قوت نما میں ضرب دو جہاں تک اوسکو صاعد کرنا مطلوب ہے حاصل ضرب

قوت مطلوب کا لوگارثم ہوگا **مثال** ۳۰٫۷۱۴۶ کا مکعب معلوم کرو

لو ۳۰٫۷۱۴۶ کا = ۱٫۴۸۷۳۴۴۹

۳

فوت = ۷۵ ٫ ۲۸۹۷۵ - اوسکا لو = ۴٫۴۶۲۰۳۴۷

**مشق** چوتھی قوت ۱۶۳٫۹ کی معلوم کرو جواب ۳۸٫۹۴۹۰۷

۳۶۵ ویں قوت معلوم کرو ۱٫۰۰۴۵ کی جواب ۵٫۱۴۹۰۶۴

( **۱۷** ) لوگارثم کے ذریعے سے قوتوں کا نزول - تقسیم کرو عدد معلوم کے لوگارثم کو اوسی عدد سے جو قوت کا ہے جس تک تجذیر کرنا مطلوب ہے خارج قسمت جذر مطلوب ہوگا —

**مثالین** ۱۲۳۴۵ کا مکعب معلوم کرو

لو ۱۲۳۴۵ = ۴٫۰۹۱۴۹۱۱

اوسکا خارج قسمت مقسوم علیہ ۳ کے ساتھ = ۱٫۳۶۳۸۳۰۴ = لو ۲۳٫۱۱۱۶۲

پس ۳ تا $\overline{۱۲۳۴۵}$ = ۲۳٫۱۱۱۶۲

۲ چوتھا لکعب ۰٫۰۰۷۶۵۴۲ کا معلوم کرو لو ۰٫۰۰۷۶۵۴۲ = ۳٫۸۸۳۸۹۹۸

اوسکا خارج قسمت مقسوم علیہ ۴ کے ساتھ (۴ اکے ساتھ) = ۱٫۴۷۰۹۷۴۹ =

لو ۲٫۲۹۵۷۸۴ لیکن ۴ تا $\overline{۰٫۰۰۷۶۵۴۲}$ = ۰٫۲۹۵۷۸۴

( **۱۸** ) لا کی قیمت معلوم کرنیکا طریقہ اس مساوات میں $لا^{ک}$ = ب بموجب قاعدہ

(اوس) ہم جانتے ہین کہ کا لو لا = لو ب ∴ لا = لو ب ÷ لو ک فرض کرو

کہ ک = ۴ اور ب = ۱۰ تو لا = $\frac{۱٫۰۰۰۰۰۰۰}{۱٫۶۰۲۰۶۰۰}$ = ۰٫۶۲۴۱۹۶۴

پہر فرض کرو کہ ک = ۰٫۸ اور ب = ۳٫۱۴۱۶ تو لا = $\frac{لو ۳٫۱۴۱۶}{لو ۰٫۸}$ =

= $\frac{۰٫۴۹۷۱۵۰۹}{۱٫۹۰۳۰۹۰۰}$ = $\frac{۰٫۴۹۷۱۵۰۹}{-۰٫۰۹۶۹۱۰۰}$ = - $\frac{۴٫۹۷۱۵۰۹}{۰٫۹۶۹۱۰۰}$ =

- $\frac{۰٫۴۴۹۷۱۵۰۹}{۲٫۹۰۳۰۹۰۰}$ = ۔۔۵٫۱۳۰۰۲۷ - اس اخری صورتین ہمکو ۲٫۹۰۳۰۹۰۰
کو ۔۔۰٫۹۶۹۱۰۰ سے تبدیل کرنا پڑا قبل تقسیم کرنیکے

## تحویل عام لوگارثمونکی طرف نیپرین لوگارثمون کے اور بالعکس

(۲۱) جدولون سے استعمال کا طریقہ ذیل کی دو مثالون سے واضح ہوگا

۱ نیپرین لوگارثم معلوم کرو مطابق اس عام لوگارثم کے ۰٫۹۵۴۲۴۲۵

| نیپرلو | عام لو |
|---|---|
| ۲٫۱۸۷۴۵۵۸۴ | ۰٫۹۵ |
| ۹۶۷۰۸۶ | ۴۲ |
| ۹۶۷۱ | ۴۲ |
| ۱۱۵ | ۵ |
| ۲٫۱۹۷۲۲۴۵۶ | ۰٫۹۵۴۲۴۲۵ |

۲ عام لوگارثم معلوم کرو مطابق اس نیپرین لوگارثم کے ۲٫۱۹۷۲۲۴۵۶

| عام لو | نیپرلو |
|---|---|
| ۸۶۸۵۸۸۹۶ | ۲٫ |
| ۸۲۵۱۵۹۵ | ۱۹ |
| ۳۱۲۶۹۲ | ۷۲ |
| ۱۰۴۲ | ۲۴ |
| ۴۳ | ۵۶ |
| ۰٫۹۵۴۲۴۲۴۹ | ۲٫۱۹۷۲۲۴۵۶ |

یا ۷ مرتبون تک = ۰٫۹۵۴۲۴۲۵

لوگارثم کی جیوب مستوی خطوط مماس اور لوگارثم کے جیوب مستوی وخطوط مماس وغیرہ مدد دینگے لوگارثم مین جوکہ ان خطوطکا طول ظاہر کرتے ہین گویہ خط کسی قوس کے ہون فرض کرو کہ نصف قطر ایک دائرہ کا ۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰ ہے

(۲۴) لوگارثمی جیب مستوی کسی قوس کی معلوم کرنا 15

(ا) جبکہ قوس میں صرف درجے اور دقیقے ہوں۔ اگر درجوں کا عدد ۴۵ سے کم ہو تو اونکو جدول کے اوپر معلوم کرو اور اوس کالم میں جسکی پیشانی پر جیب لکھا ہی اور دقیقوں کے عددوں کے مقابل دست چپ کے کالم میں لوگارثم مطلوب ہے۔
اگر عدد ۴۵ سے زائد ہو اور ۹۰ سے کم تو وہ صفحہ کے آخر میں ملینگے اور اوس کالم میں جسکے نیچے جیب لکھا ہے اور مقابل دقیقوں کے عددوں کی دست راست کی کالم میں لوگارثم مطلوب ملیگا
یہی قاعدہ خطوط مماس وغیرہ میں جاری ہوگا اور تمام علم مثلث کے مقادیر میں

## مثالیں

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| لوجیب | ۶۳° | ۴۴' | کا | ۹٫۷۷۳۳۶۱۴ ہے |
| ״ سیکنٹ | ۳۶ | ۵۰ | ״ | ۱۰٫۰۹۶۷۰۲۳ ״ |
| ״ مماس | ۵۳ | ۳۶ | ״ | ۱۰٫۱۳۳۳۷۷۲ ״ |
| ״ کوسنجٹ | ۵۳ | ۴۰ | ״ | ۹٫۸۶۶۵۶۴۴ ״ |

(ب) جبکہ اوس قوس میں درجے دقیقے اور ثانیے ہوں تو لوگارثم درجات اور دقائق کا مثل سابق کے معلوم کرو اور جدول کی تفاضل کو جو کہ تفاضل کے خانہ میں اوس لوگارثم کی برابر لکھا ہی ثوانی میں ضرب دو اور حاصل ضرب کو ۶۰ پر تقسیم کرو خارج کو جو کہ حصہ النسبتی ہے سابق کے لوگارثم میں جمع کرو — اگر وہ مقدار کوسائن کوسنجنٹ یا کوسیکنٹ ہو تو حصہ النسبتی ثوانی کے واسطے تفریق کرنا چاہئے اوس لوگارثم سے جو کہ درجات اور دقائق کیلئے ہی

کرو تا ن یا درت مو جب نقصان ہے کما لا یخفی ۱۲

## مثالیں

ا لوگارثمی مماس معلوم کرو ۳۶° ۴۰' ۵۰'' کا

لو مماس ۳۶ج ۳۰ق ۴۰ثہ = ۹٫۸۷۱۸۴۸۶

حصہ تناسب = ۲۶۳۷ × ۵۰/۶۰ = ۲۱۹۷

لوگارثم مماس ۳۶ج ۳۰ق ۴۰ثہ ۵۰ ثالثہ گا = ۹٫۸۷۲۰۶۸۳

۲ لوگارثمی کوسیکنٹ ۵۳ج ۳۰ق ۲۳ثہ ۴ ثالثہ کا معلوم کرو

لوکوسیک ۵۳ج ۳۰ق = ۱۰٫۰۹۵۷۵۷۹

حصہ نسبتی = ۹۴۰ × ۲۳٫۴/۶۰ = ۳۶۶

لوکوسیک ۵۳ج ۳۰ق ۲۳ثہ ۴ ثالثہ = ۱۰٫۰۹۵۷۲۱۳

یہ قاعدہ اس بنا پر جدولی تفاضل یک لوگارثم کا وہ فرق ہی جو کہ اوسکی اور اوسکے اوپر کے اقرب لوگارثم کے درمیان ہوتا ہی اور اسلئے وہ فرق مطابق ۶۰ ثہ کے ہی پس اگر جت کو جدولی تفاضل فرض کیا جاے اور حن کو حصہ نسبتی جو کہ عدد ثوانی کیلئے جمع کیا جائیگا تو ۶۰ : ن = جت : حن اور حن = ن.جت/۶۰ اس سے تفاضل بلا تغیر نکلتا ہی اور یہ حالت کئی مسلسل لوگارثموں میں پائی جاتی ہی

## مشقین

۱ لوگارثمی جیب مستوی ۳۶ج ۴۲ق ۳۶ثہ کی معلوم کرو جواب ۹٫۷۷۶۳۴۶۴۲

۲ لوگارثمی کوٹنجنٹ ۵۳ ۳۲ ۲۴ کا ۔ جواب ۹٫۸۶۹۴۹۵۳

۱۶ (۲۳) کسی لوگارثمی جیب مماس یا سیکنٹ کے مطابق عدد درجات و دقایق و ثوانی (۱) جبکہ لوگارثم جدول میں ملی تو درجات کا عدد صفحہ کہ اول یا آخر میں ملیگا ~~کا ترکم اول یا آخر~~ بموجب نام لوگارثم کے اور دقایق کا عدد ایک خاص کالم میں ملیگا جیسے کہ (۲۲) میں

مثالین ۱ لو مماس ۹٫۸۶۷۳۵۸۳ مطابق ۳۶ج ۲۳ق

۲ لوکوسیک ۹٫۷۷۶۱۲۸ مطابق ۵۳ج ۱۱ق

(ب) جبکہ لوگارثم معلوم جدول میں صحیح نہ ملے تو اوس سے اقرب نزولی لوگارثم خارج کالم میں معلوم کرو اور درجات و دقایق اوسکے مطابق معلوم کرو جبکہ وہ جیب مستوی خط مماس یا سیکنٹ ہو اور تفاضل درمیان اس لوگارثم اور دی ہوئی لوگارثم کے دیکھو پھر اس تفاضل کو ۶۰ میں ضرب دو اور جدولی تفاضل پر تقسیم کرو خارج قسمت عدد ثوانی مطلوبہ ہوگا

(س) جبکہ دیا ہوا لوگارثم کسی کوسائن کوٹنجنٹ یا کوسیکنٹ کا لوگارثم ہو تو وہ اقرب صعودی لوگارثم سے جو کہ جدول میں لکھا ہے معلوم ہوگا اور ثوانی حاصل تفریق کے مثل سابق معلوم ہونگے

## مثالین

۱ عدد درجات دقایق و ثوانی بموجب لوگارثمی جیب مستوی ۹٫۹۰۴۷۴۲۳ کے معلوم کرو

اقرب نزولی ۹٫۹۰۴۷۱۰۶ = لوجیب ۵۳ج ۵ق

دیا ہوا لو ۹٫۹۰۴۷۴۲۳

تفاضل ۳۱۷ جدولی تفاضل = ۹۳۷

پس ن = $\frac{۶۰ \times ۳۱۷}{۹۳۷}$ = ۲۰٫۳ ثانیہ

اور ۹٫۹۰۴۷۴۲۳ = لوجیب ۵۳ج ۵ق ۲۰٫۳ثانیہ

۲ عدد درجات و دقایق و ثوانی بموجب لوگارثمی کوسیکنٹ ۱۰٫۲۲۸۰۴۵۲ کے معلوم کرو

اقرب صعودی ۱۰٫۲۲۸۱۸۵۰ = لوکوسیک ۳۶ج ۱۵ق

دیا ہوا لو ۱۰٫۲۲۸۰۴۵۲

تفاضل ۱۳۹۸ اور جدولی تفاضل = ۱۷۲۲

پس ن = $\frac{۶۰ \times ۱۳۹۸}{۱۷۲۲}$ = ۴۸٫۷ ثانیہ

اور ۱۰٫۲۲۸۰۴۵۲ = لوکوسیک ۳۶ج ۱۵ق ۴۸٫۷ث

یہ قاعدہ اوس تناسب پر موقوف ہے جو کہ دفعہ ۳۳ میں بیان کیا گیا ہے

یا جت : حن = ۶۰ : ن اور ن = $\frac{۶۰ \times حن}{جت}$

## مشقین

۱ درجات وغیرہ مطابق لوگارثمی مماس ۸۶۵۸ ۴ ۴ ۶ ۶ ۸ ر ۹ کے معلوم کرو

جواب ۶۳ ۱۲ ۲ ر ۴۸ فقط

۲ درجات وغیرہ مطابق لوگارثمی کو تجنث ۳ ۳ ۵ ۴ ۳ ۷ ۸ ر ۹ کے معلوم کرو

جواب ۵۳ ۱۳ ۵۵

## چھوٹی قوسونکے قاعدی

(۳۴) تفاضلات لوگارثمی جیوب مستویہ اور مماسات اور قوسونکی جو کہ ۳ یا ۱۵ سے زائد نہوون بہت مختلف ہوتی ہین اور اسواسطی لوگارثمی جیوب و مماسات ایسی قوسونکے جنمین ثوانی بھی ہون صحیح نہین دریافت ہو سکتین کیونکہ حصہ نسبتی اس قیاس پر مبنی ہی کہ جس قوس مین ۶۰ ثانیے کا تفاضل ہوا وسمین تفاضلات مسلسل ہونگی — اگر لوگارثمی جیب مستوی کسی قوس کے قریب ۹۰ درجہ کی معلوم کرنا ہو تو بقاعدہ معمول تو اس لوگارثم کی غلطی مطابق کی قوس مین ایک سکنڈ کی غلطی کا باعث ہوگی کیونکہ تفاضل مطابق ۶۰ سکنڈ کے اون قوسونکے واسطی جو کہ قریب ۹۰ درجہ کی ہین چھوٹی ہین اسطرح جبکہ لوگارثمی جیب مستوی یا خط مماس کسی چھوٹی کا دیا ہو تو وہ قوس بقاعدہ معمول صحیح نہین دریافت ہو سکتی — یہ بات بھی شائد ہی کہ ایسی چھوٹی اندازہ ہو سکین لیکن اونکا اندازہ ہو سکے تو اونکا یا اونکی لوگارثمی جیب مستوی یا مماس کا بھی ذیل کے قاعدونکے ذریعہ سے اندازہ ہو سکتا ہی

(۳۶) کسی قوس صغیر کی لوگارثمی جیب مستوی معلوم کرنا … قوس کے لوگارثم مین جسکی تحویل ثوانی کیطرف کیگئی ہو ۵ ۵۵ ۶۸۵ ۴ ر ۴ جمع کرو جو حاصل جمع ہی اوسکی لوگارثمی سکینٹ کا تفریق کرو اس حد لوگارثم کا فوت تما بقدر دس کے مرتبے سے کم کیا گیا ہو حاصل تفریق لوگارثمی جیب مستوی مطلوبہ ہوگی

اقول حاصل این عمل آن است کہ عدد توالی قوس × جیب ظل کمت تامہ ×

تنبیہ اقول ... ظل قوس ...

**مثال** لوگارثمی جیب مستوی آ ۰ ۴۴ ۸ ۳۶ کی معلوم کرو

آ = آ ۴۴ ۸ ۳۶ = ۸ ۳۶ ۲۷۶۲ اور اوسکا لوگارثم = ۳۷۹۷۷۳۸۳ ۳

عدد مدام = ۴۶۸۵۵۷۴۹

+ ۱/۳ (لوسیک آ - ۱۰) = ۱/۳ × ۱۱ ۲۰۱ ۰۰۰ = ۰۰۰۰۶۷۰

| | |
|---|---|
| | ۳۷۹۷۷۳۸۳ ۳ |
| | ۴۶۸۵۵۷۴۹ |
| | ۸۴۸۳۳۱۳۲ |
| | ۰۰۰۰۶۷۰ |
| | ۸۴۸۳۲۴۶۲ |

پس لوگارثمی جیب آ ۴۴ ۸ ۳۶ = ۸۴۸۳۲۴۶۲

(۳۶) کسی قوس صغیرہ کا لوگارثمی مماس معلوم کرنا ... قوس کے لوگارثم میں جسکی تحویل توالی کیطرف کیگئی ہو ۴۶۸۵۵۷۴۹ جمع کرو اور نیز ۲/۳ لوگارثمی سکنٹ کا اور اس آخر کے لوگارثم قوت نما بقدر ۱۰ کے کم کیا گیا ہو حاصل جمع لوگارثمی مماس معلوم ہوگا —

**مثال** لوگارثمی مماس ا ۴۴ ۸ ۳۶ کا معلوم کرو

آ = آ ۴۴ ۸ ۳۶ = ۸ ۳۶ ۲۷۶۲ انکا لوگارثم = ۳۷۹۷۷۳۸۳ ۳

عدد دوام = ۴۶۸۵۵۷۴۹

+ ۲/۳ (لوسیک آ - ۱۰) = ۲/۳ × ۱۱ ۲۰۱ ۰۰۰ =

| | |
|---|---|
| | ۳۷۹۷۷۳۸۳ ۳ |
| | ۴۶۸۵۵۷۴۹ |
| | ۸۴۸۳۳۱۳۲ |
| | ۰۰۰۱۳۴۱ |
| | ۸۴۸۳۴۴۷۳ |

پس لوگارثمی مماس ا ۴۴ ۸ ۳۶ کا =

(۳۷) قوس صغیر جسکی لوگارثمی جیب معلوم ہو دریافت کرنا — دی ہوئی لوگارثمی جیب میں ۵۳۱۴۴۲۵۱ جمع کرو اور ۱/۳ لوگارثمی سکنٹ اور اس آخر کے لوگارثم کا قوت نما کہ سابق میں بقدر ۱۰ کے کم کیا ہو حاصل جمع اوسی قوس کے توالی کا لوگارثم ہوگا —

**مثال** وہ قوس معلوم کرو جو مطابق اس جیب مستوی کے ہے ۸۴۸۳۲۴۶۲

وہ قوس بقاعدہ معمول دریافت ہو سکتی ہے یعنی وہ آ ۴۴ ۳۶ ہوگی اور اس قوس کا لوگارثمی سکنٹ ۱۱ ۲۰۱ ۰۰۰ ہے پس

دی ہوئی لوگارثمی جیب = ۸۴۸۳۲۴۶۲

عدد دوام = ۵۳۱۴۴۲۵۱

$\frac{1}{4}$ (لوسیک — ۱۰) = $\frac{۰٫۰۰۰۶۷۰}{۳٫۷۹۷۷۳۸۳}$

لو ۸٫۶۲۳۷۶

پس لـ = ۸٫۶۲۳۷۶ = اَ ۴۴ ۸٫۳۶

(۲۸) وہ قوس صغیر جبکا کہ لوگارثمی مماس دیا ہو دریافت کرنا ۔ دی ہوئے لوگارثمی مماس میں ۵٫۳۱۴۴۲۵۱ جمع کر دو حاصل جمع سے $\frac{1}{4}$ مطابق لوگارثمی سیک تفریق کرو جبکا کہ قوت نمابیشتر بیند ۲ سے کم کر لیا ہو تو حاصل تفریق اوس قوس کے توانائی کا لوگارثم ہوگا

مثال لوگارثمی مماس ایک قوس صغیر کا ۸٫۳۴۸۳۴۴۷۳ ہے اوس قوس کو معلوم کرو بہ قاعدہ معمول معلوم ہو سکتا ہے کہ قوس تقریبا ۱ ۴۴ ۳۶ ہے اور اوسکا سیک ۱٫۰۰۰۰۲۰۱۱ ہے

دیا ہوا لوگارثمی مماس = ۸٫۳۴۸۳۴۴۷۳

عدد مدام = $\frac{۵٫۳۱۴۴۲۵۱}{۳٫۷۹۷۸۷۲۴}$

$\frac{1}{4}$ (لوسیک — ۱۰) = $\frac{۰٫۰۰۰۱۳۴۱}{۳٫۷۹۷۷۳۸۳}$

= لو ۸٫۶۲۷۶

پس لـ = ۸٫۶۲۳۷۶ = اَ ۴۴ ۸٫۳۶

صغیر قوسونکے لوگارثمی سیکنٹ کے تفاضلات کی صغر کی وجہ سے چند سکنڈ کی غلطی باعث ہوگی ایک ایسی غلطی کا کہ جو اعشاریہ کے چھٹے مرتبہ میں ہو ایک کم ہے اور کمو بیش غلطی قوس مطلوبہ میں اس ذریعہ ایک سکنڈ کے بلاسی کم ہوگی

دائرہ نصف النہار کے زاد یہ کا بیاں جو قطب کا کہ نقطہ جہات اور گوشونکے نقطوں کے ساتھ بنتی ہیں

(۲۹) اس جدول میں نقاط اور نقاط جہات کی قیمت جو خط …… اور دائرہ نصف النہار سے پیدا ہوتی ہیں درجات وغیرہ میں دی ہوئی ہے اسطرح کہ عدد نقاط جو خط …… بیں ہیں جو کہ شمال اور شمال و مشرق یا شمال اور شمال و مغرب میں

نصف النہار کے ساتھ دو نقطے ہیں اور یہ دو نقطے = ۲۲ بنہ اسیطرح وہ نقطے جو درمیان مشرق اور جنوب شمال و مشرق یا مشرق اور شمال کے ہیں یا درمیان مشرق اور جنوب مشرق یا مشرق اور جنوب کے ہیں = ۶ یا نقطون کے = ۰٫۷ ۱۸ ۵ نہ

لوگارثمی جیوب مستویہ اور مماس وغیرہ ہر نقطہ جہات کے ساتھ اور گوشون کے نقطون کے ساتھ

(۳۰) جبکہ زاوی نقطون میں دیے ہوئے ہون بجای درجات کے تو اونکی جیوب مستویہ اور مماسات وغیرہ کا دریافت کرنا آسان ہے بغیر اونکی تحویل کرنیکے درجون مین اور یہ لوگارثم اس جدول مین دیے ہوئے ہین اسیطرح لوگارثمی مماس ۳ یا نقطون کا = ۰۲۳۲۷۱۴۱۹۱ ۹ قطعات دوائر کے رقبات جبکہ قطر = ۱ ۸۵

(۳۱) اس جدول مین قطعات ارتفاع دیا ہوا ہی جبکہ قطر = ۱ اور اوسکا محاذی قطعہ کا رقبہ قطر = ۱ اور جبکہ قطر ایک نہین ہے تو فرض کرو کہ ارتفاع کو قطر پر تقسیم کرو خارج قسمت ارتفاع ایک قطعہ کا ہوگا جسکو ح فرض کرو اور نیز فرض کرو ا کہ زاویہ مرکزی ہے اور س طول قوس قطعہ تو ا ح = ۲ صلی جیب مستوی ا/۲ جس سے ا معلوم ہو سکتا ہی پھر زاویہ کی پیمائش دوری کے ... جدولی رقبہ = ۱/۴ (س - جیب ا) اس جدول کو اندازہ ہو سکتا ہی

## (۳۲) دوری قطعہ کے رقبہ کا تخمینہ

قاعدہ ۸ — ارتفاع کو قطر پر تقسیم کرو خارج کو ارتفاعات کی کالم مین دیکھو اور رقبہ مطابق علیحدہ کرو جسکو قطر کے مجذور مین ضرب دو حاصل ضرب رقبہ مطلوب ہوگا۔

**مثال** ایک قطعہ کا ارتفاع ۱۶ ہی اور قطر ۱۰۵ رقبہ معلوم کرو ۱۶ ÷ ۱۰۵ = ۰٫۱۵۲۳۸۱

ارتفاع ۰٫۱۵۳ = ۰٫۰۷۶۰۳۶ رقبہ
۰٫۱۵۲ = ۰٫۰۷۵۳۰۷

تفاضل ۷۱۹

۷۱۹ × ۰٫۳۸۱ = ۲۷۴ جسکو ۰٫۰۷۵۳۰۷ مین جمع کرنا سی ... گا

۸۱ ۵ ۵ ۷ ۰ ر ۰ حاصل ہوتا ہے اور ۸۱ ۵ ۵ ۷ ۰ ر ۰ × (۱۰۵)<sup></sup>
= ۴۸ ر ۸۳۳ کہ رقبہ مطلوب ہے،

## زاویوں کی دوری پیمائش یا طول قوس جبکہ نصف قطر

(۳۳) کسی قوس کی دوری کا مساحت معلوم کرنا جسکے زاویہ کی مساحت معلوم اور بالعکس

(ا) قوس کے درجات شروع صفحہ پر معلوم کرو اور منٹ بائیں ہاتھ پر جسکے درجات کے نیچے اور دقائق کے مقابل طول مطلوب ہے لیکن اگر زاویہ میں ثوانی بھی ہوں تو اوس نتیجہ میں سکنڈ کے مقابل کا عدد جمع کرو جو کہ صفحہ کے دا ہنے طرف ہے حاصل جمع طول مطلوب ہوگا،

(ب) بالعکس۔ جبکہ طول یا دوری کی مساحت معلوم ہو تو دیا ہوا طول جدول میں معلوم کرو پھر درجات کو صفحہ کے اوپر اور منٹ بائیں ہاتھ کی جانب اور یہ زاویہ کی مساحت مطلوب ہے جبکہ طول جدول میں صحیح درج یافت ہو جاوے۔ لیکن اگر صحیح درج یافت نہو تو دوسری نزدیکی قوس کے مطابق درجات و دقائق معلوم کرو اور اس نزدیکی قوس کو قوس معلومہ سے تفریق کرو اور حاصل تفریق کے مقابل داہنے ہاتھ پر قوس کے ثانیے ملینگے۔

## اصلی جیوب مستویہ و جیوب التمام و سہام و اوتار

(۳۴) یہ جیوب مستویہ اصلیہ کو جیوب التمام و سہام و اوتار وغیرہ جو اس جدول میں قوس میں ہیں اوس دائرہ کی قوسوں کی مقادیر کے طول ہیں جسکا نصف قطر = ۱ ہے وہ کسور اعشاریہ ہیں اگرچہ ہمزہ نہیں لگائی گئی ہے سوای اوس مقام کے جہاں وہ ایک کی برابر یا ایک سے بڑے ہیں اس حالت میں ہمزہ لگائی گئی ہے۔ یا وہاں نہیں مقادیر کے طول میں اعداد صحیح ہیں جبکہ نصف قطر = ۱۰۰۰۰۰۰ – اصلی جیوب مستویہ اور کوسائن فرضی نکی اور نیز قوسین

کسی دی ہوئی جیوب ستویہ اصلیہ یا کوسائنس کی اس جدول سے معلوم ہو سکتی ہی اور اسی طریقہ پر جو کہ لوگارثمی جیوب اور کوسائنس کی واسطے استعمال کیا تھا قوسوں کی جیوب ستویہ اصلیہ اور جیوب التمام اسانی سے دریافت ہو سکتی ہیں لوگارثمی جیوب ستویہ اور جیوب التمام سے صرف آخر والے کی علامات بدل کے ۱۰ تفریق کرنا ہی بہ اس لوگارثم کے مطابق جو عدد ہو وہی اصلی جیب ستوی یا جیب التمام مطلوب ہے اسی طریقہ سے اصلی مماس او قاطع وغیرہ معلوم ہو سکتے ہیں

فرض کرو کہ س = ایک قوس کی جیب ستوی اصلی کی ہے

اور ش = اوسی قوس کی جیب کا کہ لوگارثم لوگارثمی جیب ہے

تو ش = ۱۰،۰۰۰،۰۰۰،۰۰۰ س کے

اور لوش = ۱۰ + لوس کے یا لوس = لوش − ۱۰

**مثال** ۳۶° ۴۴′ کی لوگارثمی جیب دی ہوئی ہے یعنی ۹٫۷۷۶۷۶۷۶۷۶ اوس قوس کی اصلی جیب ستوی معلوم کرو

لوجیب ۳۶° ۴۴′ = ۹٫۷۷۶۷۶۷۶۷۶

۱۰ تفریق کرو

۱٫۷۷۶۷۶۷۶۷۶

لو اصلی جیب = ۵۹۸۰۹۱۵ ۰٫

اگر وتر اوس قوس کا جو ۹۰° سے بڑا مطلوب ہو تو اوس قوس کے نصف کی دو چند اصلی قوس جیب معلوم کرو اور وہ وتر مطلوب ہوگا یا فرض کرو کہ و = وتر تتمہ ہے تو مجذور (۲×و) (۲ − و) کا = وتر مطلوب کے یا وتر مطلوب = $\sqrt{4 - و^2}$

**نوٹ** — یہہ جدول مطابق کسی دی ہوئی عرض البلد کے طول درجہ طول البلد کے معلوم کرنیکے لئے استعمال ہو سکتی ہے اس طرح دی ہوئی عرض البلد کے اصلی کوسائن کو

۶۰ مین ضرب دو حاصل ضرب جغرافیہ یا ملاحونکی ایک درجہ طول البلد کا طول ہوگا۔ یا اسکو
۱۲۱ ر ۶۹ سے ضرب دو حاصل ضرب انگریزی میلون کا طول ہوگا

## اصلی مماسات اور کوٹنجنٹ سیکنٹس اور کوسیکنٹس

(۳۵) یہ جدول اوسی طرح استعمال ہو سکتی ہے جسطرح جدول اصلی جیوب اور کوسائن ۱۸
کی یعنی درجات صفحہ کے اوپر اور زاویہ دقائق صفحہ کے بائین جانب معلوم کرنے سے جبکہ مقدار
مطلوب مماس یا سکینٹ خالصہ لیکن درجات صفحہ کے نیچے معلوم کرنا چاہئے اور دقائق صفحہ کے داہنے
جانب جبکہ مقدار مطلوب کوٹنجنٹ یا کوسکنٹ ہو تو مقدار مطلوب ان کالمونکے ملتقی پر
ملیگی۔ اگر دیے ہوے زاویہ مین ثانیے بھی ہون تو دیے ہوے زاویہ کی منٹونکی مطابق
اور صعودی منٹ کی مطابق کی مقدارون مین فرق دریافت کرو جسمین ا = ۶۰ کی
تبدیلی ہوگی جسکو ڈ فرض کرو اور صحت کا نام د رکھو مطابق اون سکنڈونکی جو کہ
دیے ہوئے زاویہ مین ہین اور ان سکنڈونکو س تصور کرو تو

$$۶۰ : س :: ڈ : د \quad \therefore د = \frac{س \times ڈ}{۶۰} = \text{صحت مطلوب}$$

اس صحت کو جمع کرنا چاہئے جبکہ مقدار مطلوب مماس یا سکینٹ ہو اور تفریق کرنا چاہئے
اگر وہ مقدار کوٹنجنٹ یا کوسکینٹ ہو

اگر وہ زاویہ دریافت کیا جاے جو مطابق ہے دیے ہوئے کوٹنجنٹ یا سیکنٹ کوٹنجنٹ یا کوسکنٹ کے
تو دوسری مقدار نزولی دریافت کرو۔ اگر وہ جدول مین صحیح نہ دریافت ہو جبکہ دی ہوئی
مقدار مماس یا سیکنٹ ہو لیکن دوسری مقدار صعودی جبکہ وہ کوٹنجنٹ یا کوسکینٹ ہو اور فرق
معلوم درمیان اوسکا اور مقدار معلوم کے جسکو د تصور کرو اور نیز تفاضل اس جدولی مقدار

اور اس مقدار کے درمیان جو کہ مطابق دوسرے کسر و دقیقہ کے ہے جسکو ڈ کہو تب

ڈ : د :: ۶۰ : (س = ثوانی مطلوبہ) ∴ س = $\frac{۶۰ د}{ڈ}$

**مثال** اصلی مماس ۲۲° ۱۷' ۴۳" کا معلوم کرو

اصلی مماس ۲۲° ۱۷' کا = ۹۰۹۳۹۸۴ر

اصلی مماس ۲۲° ۱۸' کا = ۹۰۹۹۳۰۰ر

تفاضل ۶۰" = ڈ کا = ۵۳۱۶

د = $\frac{۴۳ ڈ}{۶۰}$ = $\frac{۵۳۱۶ × ۴۳}{۶۰}$ = ۳۸۱۰ +

∴ اصلی مماس ۲۲° ۱۷' ۴۳" کا = ۹۰۹۷۷۹۴ر

**مثال ۲** اصلی کوٹنجنٹ ۲۲° ۱۷' ۴۳" کا معلوم کرو

اصلی کوٹنجنٹ ۲۲° ۱۷' کا = ۱ر۰۹۹۶۲۸۱ +

اصلی کوٹنجنٹ ۲۲° ۱۸' کا = ۱ر۰۹۸۹۸۵۷

تفاضل ۶۰" = ڈ کا = ۶۴۲۴

د = $\frac{۴۳ ڈ}{۶۰}$ = $\frac{۶۴۲۴ × ۴۳}{۶۰}$ = ۴۶۰۴

∴ اصلی کوٹنجنٹ ۲۲° ۱۷' ۴۳" کا = ۱ر۰۹۹۱۶۷۷

**مثال ۳** اس زاویہ کو دریافت کرو جسکا اصلی مماس ۷۳۴۲۸۵۶ر ہے

دیا ہوا اصلی مماس = ۷۳۴۲۸۵۶ر

اصلی مماس ۳۶° ۱۷' = ۷۳۴۱۲۵۳ر

∴ ک = ۱۶۰۳

نیز اصلی مماس ۳۶° ۱۸' = ۷۳۴۵۷۳۰ر

∴ ڈ = ـــــــــ
۴۴۷۷

لیکن س = ۶۰ ڈ / ڈہ = ۱۶۰۳×۶۰ / ۴۴۷۷ = ۹۶۱۸۰ / ۴۴۷۷ = ۲۱ء۵″

پس ۲۸۵۶ ۲۴۳۷ ر = اصلی کماکر ۶° ۱۷′ ۲۱ء۵″ کے

مثال ۴ اوس زاویہ کو معلوم کرو جسکا اصلی کوتخنبٹ ۴ ۶۷۴۳ ۱۵۸ ء ۲ ہو

دیا ہوا اصلی = ۴ ۶۷۴۳ ۱۵۸ ء ۲

اصلی کوتخنبٹ ۴۴° ۵۱′ کا ۲۰ ۶۷۴۳ ۱۵۹ ء ۲
ـــــــــــــــــــ
∴ ڈ = ۱۶۴۶۱

لیکن س = ڈ×۶۰ / ڈہ = ۸۷۱۴×۶۰ / ۱۶۴۶۱ = ۵۲۲۸۴۰ / ۱۶۴۶۱ = ۳۱ء۷″

پس ۴ ۶۷۴۳ ۱۵۸ ء ۲ = اصلی کوتخنبٹ ۴۴° ۵۱′ ۳۱ء۷″ کے

( ۳۶ ) سیکنٹس اور کوسیکنٹس کا حساب جہان کہ زاویہ میں سکنڈ بھی شامل ہو اوسیطرح کا جیسا کہ محاسات اور کوتخنبٹ کیلئے اوپر بیان کیا

قطعات مثل عرض البلد و زوائگی

( ۳۷ ) ان جدولونمین سطحات مثلثات قائم الزوایا کے حصص مین جنکا سب بڑا ضلع اعداد صحیح ہین اور جو کہ ۳۰۰ سے زائد نہین - یہ زاوی صفحات ۳۳۴ سے ۳۴۹ تک دی ہوئے ہین قطعات کہ ہر گوشہ کے زاویہ کیلئے اور وہ زاوئی جو صفحات ۳۵۰ سے ۴۰۹ تک دی ہوئے ہین ہر زاویہ قطاع اصغر قائم الزاویہ کیلئے ہین اگر ان مثلثون کے ضلعے جدول کی حدود سے بڑھ جائین تو اونکو ایسے عدد سے تقسیم کرنا چاہئے کہ حدود خارج قسمت ہیدا کرے جو ان حدود کے اندر ہو اور پھر جدول کے نتیجے جنکو اوسی عدد مین ضرب دیجاے حصص مطلوب اوسی مثلث کے پیدا کرینگے یہ خیال کیا جاے

کہ زاویے کسی جا نہیں تقسیم کیے جائنگے نہ ضرب دی جائنگی یہ جدولین جہاز رانی کے
مسائل حل کرنے میں بہت مفید ہیں جنکا تعلق مثلثات قائم الزوایا سے ہے جنکہ سمت
کی سمت مطلوب ہے ہر زاویہ صفحہ کے اوپر بائیں جانب کا مثلث قائم الزاویہ راس کا زاویہ
ہے اور اس زاویہ کے متقابل کی ضلع اوس کالم میں ملیگی جسمیں بلفظ Dep لکھا ہے اور اوسکا
برابر کے ضلع اوس کالم میں جسمیں Lat لکھا ہے اور وتر کالم Dist میں
یہ سب ایک دوسرے کو ایک ہی خط میں ملاتی ہیں اسطرح زاویہ راس ۳۳° کے اور قاعدہ
۲۸ اسکے ساتھ عمود ۱ر۱۹۷ وتر ۲۳۵ ملتا ہے اور عمود ۹ر۱۱۵ - اور قاعدہ
۲۰۹ کے ساتھ زاویہ راس ۶° اور وتر ۲۳۹ پایا جاتا ہے
۳ سلے نقطو نکی رفتار اور فاصلہ ۵۶ کے ساتھ فرق عرض البلد ۹ر۱۹۷ ملتا ہے
کالم Lat* میں --- متوسط عرض البلد ۳۹° کے ساتھ جسکو مثلث قائم الزاویہ
مسطح کا زاویہ راس فرض کیا ہے اور روانگی ۲ر۱۴۱ کے ساتھ جسکو اوسی مثلث کا عمود فرض
کیا ہے ہمکو تفاضل طول البلد کا قریب ۱۸۲ کے ملتا ہے شمل ترکے کالم Dist میں
رفتار ۱۸ اور عرض البلد ۱۷ کے نصف النہاری تفاضل کے ساتھ کالم Lat میں ہمکو
تفاضل طول البلد کے قریب ۵ر۰۷ کے ملتا ہے کالم Dep میں

(حاشیہ: سمت، ڈیپ، ڈسٹ فاصلہ، لاٹ عرض، ڈسٹ، لاٹ، ڈیپ ثمار)

## تخمینہ تعدیل ارتفاعات مساوی

(۳۸) مساوی ارتفاعات آفتاب میں ایک دوپہر کے قبل اور دوسرا دوپہر کے بعد ہوتا ہے
کیونکہ آفتاب کا میل فی العموم گھنٹہ کا زاویہ طالعی دو ارتفاعات کے جو کہ ہم برابر نہیں ہے تبدیل کرتا ہے
بر سی فاصلہ کا نصف کو بر نشانہ اول کا وقت میں جمع کیا جاتا ہے بغرض اسکا اثر وہ کر دیا جائیگا

وقت ظاہر ہو جاتا جبکہ شمس نصف النہار پر ہو اس صحت کا نام تعدیل الارتفاعات متساوی ہے

## نھاری متناسبے لوگارثم

(۳۹) اس جدول کے لوگارثم بجای وقت کی دقایق لوگارثم ہوتے ہیں اور منٹونکی لوگارثم بنا جو کہ ۲۴ گھنٹے = ۱۴۴۰ منٹ ہوتے ہیں بقدر اون منٹونکی لوگارثم کی کمی ہے جو کہ دی ہوئے وقت میں ہے اسطرح لوگارثم جدول میں ۲ گھنٹے ۱۴ منٹ کیلئے = ۲۴ ۳۱ منٹ کم

لو ۱۴۴۰ - لو ۱۳۴ یا ۳٫۱۵۸۳۶۲۵ - ۲٫۱۲۷۸۹۷ = ۱٫۰۳۰۴۶۲۸ ∴ لو ۲ گھنٹے ۱۴ منٹ = ۱٫۰۳۰۴۶ پانچ اعشاریوں تک اس جدول میں لوگارثم کو کام میں لانیکی غرض سے فرض کرو کہ ا = ۲۴ گھنٹے ب = کسی کم تعداد گھنٹونکی یا گھنٹون اور منٹون کی جس = زاویہ کی کسی تعداد گھنٹون اور منٹون کے یا درجون اور منٹون کی یا منٹون اور سکنڈون کی تب ا : ب :: س : لا = جواب

اور ا کو ہر حد پر تقسیم کرنے سے ا/ا : ا/ب :: ا/س : ا/لا پس ا/لا = ا/ب × س/ا یعنی ا/لا

= ا ∴ لو ا/لا = لو ا/ب + لو ا/س اور اسلئے جدولی لوگارثم لا کا = مجموعہ جدولی لوگارثمون ب اور س کے

## مثال

اگر تفاوت کسی جرم اوج کا ۲۴ گھنٹہ میں ۶° ۴۱ منٹ ہو تو اوسکا تفاوت ۱۷ گھنٹہ ۲۵ منٹ میں کسقدر ہوگا - یہان ۲۴ گھنٹے : ۱۷ گھنٹے ۲۵ منٹ :: ۶° ۴۱ : لا

لیکن لو ۱۷ گھنٹہ ۲۵ منٹ کا = ۱٫۱۳۹۲۵

اور لو ۶ درجہ ۴۱ کا = ۵۷۷۴۴

لو ۴° ۳۶ ۳۹ = مجموعہ ۷۱۶۶۹

پس تفاوت مطلوب = ۴° ۳۶ ۳۹

# لوگارتم تناسب ثلث

(۴۰) اس جدول میں جو لوگارتم دی ہوئے ہیں وہ حاصل تفریق ہیں جو کسی خاص وقت کے سکنڈوں کے عام لوگارتم کو تین گھنٹے = ۱۰۸۰۰ سکنڈ کے سکنڈوں کی لوگارتم سے تفریق کرنے سے حاصل ہوئے ہیں اسطرح لوگارتم ۱ گھنٹہ ۵۰ منٹ ۱۹ سکنڈ = ۶۶۱۹ سکنڈ کا

لو ۱۰۸۰۰ = ۴٫۰۳۳۴۲۳۸

لو ۶۶۱۹ = ۳٫۸۲۰۷۶۲۴

تفاضل ۲۱۲۶۳۱۴٫

∴ لو ۱ گھنٹہ ۵۰ منٹ ۱۹ سکنڈ کا = ۲۱۲۶۳٫ ہے یعنی پانچ درجہ اعشاریہ تک

**مثال** اگر چاند کے میل کا تفاوت ۳ گھنٹے میں ۶ََ ۸ََ ۱ ہو تو اوسکا تفاوت ۲ گھنٹے ۴۵ منٹ ۳۰ سکنڈ میں کیا ہوگا

لو ۲ گھنٹے ۴۵ منٹ ۳۰ سکنڈ = ۰٫۰۳۶۴۷

لو ۶ََ ۸ََ ۱ = ۱٫۱۴۵۵۹۲

لو ۵ََ ۱۵ََ ۴۷ = ۱٫۱۸۹۲۴۰ مجموعہ

اسلئے تفاوت مطلوب ۵َ ۵٫۴۷ ہے

[illegible]

## فاصلہ افق

(۴۱) اس جدول کے ذریعہ سے صحیح فاصلہ دریافت ہوتا ہے

[illegible]

## روز اور شب کی نصف قوسین

(۴۲) اس جدول سے نصف وقت معلوم ہوتا ہی جبکہ کوئی جرم افق سے اوپر طلوع ہونا
شروع ہوتا ہی اس صورت میں کہ میل اور عرض ایک ہی نام کے ہوں یا اوسکا نیچے جبکہ وہ مختلف
ناموں کے ہوں پس اوسکا جداگانہ وقت طلوع اور غروب کا نکل سکتا ہی
جدول کا آغاز عرض سے کیا ہی جو کہ دست چپ کے کالم میں ہی اور میل فوق جدول میں ہے ان دونوں کی
ملتقی پر قوس مطلوبہ ملیگی۔ اگر آفتاب مطلوب ہو تو یہ قوس وقت حقیقی غروب کا ہوگی بشرطیکہ عرض
اور میل ایک ہی نام کے ہوں اور طلوع کا جبکہ وہ مختلف ناموں کے ہوں۔ بر تقدیر اول اگر اوسکو
۱۲ گھنٹے سے گھٹا لیا جائے تو حقیقی وقت آفتاب کے طلوع کا ہوگا۔ اور بر تقدیر ثانی
غروب کا۔ وقت طلوع کا دو چند مقدار شب ہوگا اور دو چند وقت غروب مقدار روز
روز کی نصف قوس ظاہر کرتی ہی وہ وقت جو کہ ایک جرم فلکی کے افق شرقی سے نصف النہار تک
صاعد ہونے میں صرف ہوتا ہی یا نصف النہار سے افق غربی تک نازل ہونے میں
**مثال** فرض کرو کہ ۱۵° ۳۰′ شمالی عرض میں جبکہ آفتاب کا میل ۲۳° شمالی ہے
حقیقی وقت آفتاب کے طلوع و غروب کا مع طول شب و روز مطلوب ہے
زیر میل ۲۳° اور نصف مجموعہ اوسکا جو کہ مطابق ہے ۱۵° اور ۳۰′ کے ہمکو یہ حاصل ہوا

۶۶

جو ۱۲ سے تفریق ہونے پر ........ صفحہ ۱۳ پر ........ گھنٹے ۷ منٹ ۹
........ ۱۲
حقیقی وقت آفتاب کے طلوع کا بتاتا ہے ........ ۴ ۱۱

از ان بعد ۷ ۹ × ۲ = ۱۵ ۴ منٹ طول روز
اور ۴ ۱۱ × ۲ = ۹ ۲۲ طول شب

## کسی ستارے کے طلوع و غروب کا حقیقی وقت معلوم کرنا

(۴۳) تفریق کرو آفتاب کے مطالع استوائی کو ستارہ کی مطالع استوائی سے ۲۴ گھنٹے بڑھا کے اگر بضرورت۔ حاصل تفریق تقریبی وقت ہوگا اوس کوکب کے گزرنے کا نصف النہار سے۔ از ان بعد عرض البلد اور میل کوکب سے جدول کو آغاز کرو اور روزی نصف قوس مطابقی معلوم کرو جو کہ نصف النہار سے منہا ہو کر کوکب کے طلوع کا وقت بتائیگی اور اوسمیں جمع کرنے سے اوسکے غروب کا وقت ہوگا۔

وقت وسطی آفتاب یا کسی کوکب کے طلوع یا غروب کا حاصل کرنا ہو تو تعدیل الایام نا ٹیکل المناک سے لیکر وقت حقیقی مصرحہ بالا میں لگایا جائے ~~[illegible]~~ وقت وسطی طلوع و غروب سیارگان کا بطور مذکور تخمینہ کرسکتے ہیں اونکا میل اور مرور نصف النہار نا ٹیکل المناک سال مطلوب سے اوٹھا کر

## قمر کے طلوع و غروب کا وقت معلوم کرنا

(۴۴) وقت وسطی قمر کے مرور نصف النہار گرینچ کا نا ٹیکل المناک کے صفحہ ۴ سے اوٹھاؤ اور اوسمیں صحت جدول ۲ سے اوٹھا کر لگاؤ صفحہ ۳۲ بغرض حاصل کرنے وقت اوسکے مرور کا نصف النہار مقام مطلوب پر۔ از ان بعد قمر کی میل بوقت مرور نصف النہار (نا ٹیکل المناک ہر ماہ کے صفحہ ۴ سے صفحہ ۱۲ تک) اور عرض البلد سے معلوم کرو قوس نصف النہاری اور اوسیر اوسکا ۱/۳۰ بڑھاؤ پھر مجموعہ کو مرور نصف النہار سے تفریق کرو باقی اوسکی طلوع کا وقت ہوگا

[illegible]

وقت ہوگا اور جمع کرو اوسی قوس مزید علیہا کو تو نتیجہ تمام نصف النہار ہیں حاصل ہوگی غروب کا تو یہی نتیجہ ہوگا

(۴۵) اگر تدقیق زائد مطلوب ہو تو نا شکل المنکسے تمام کا میل مطابق غروب ہی کا وقت طلوع یا وقت غروب کے جیسے کہ معلوم ہوا حاصل کرو — اور نسگو منجم کے وقت کی طرف تحویل — نصف قوس کی مطابق مثل اور عرض بلد سے حاصل کرو بموجب جدول (۳۹۶ سے) سے جمع کرو تو گا نتیجہ نصف قوس معلوم کردہ کو اور ہوگا نتیجہ تشریح بعد قسم نصف النہار — مجموعا نتیجہ صحیح ہوگا نتیجہ ہونگی جو کہ جمع کئے جاینگی ان دونوں میں بعرض معلوم کرے تو نصف ارزی کی دونوں کی سے ہوگا تو ہر نتیجہ تو قسم کے تمام نصف النہار ہیں اس بالائی تو اوقات طلوع و غروب سے قریب تحقیق کے نکلینگے

## حصص نصف النہار

(۴۶) جدول حصص النہار ہر کشور کی جائزات کے کام میں آتی ہے اور معلوم کرنے میں خط نصف النہار کو جو کہ ہر کشور کے نقشہ میں کھنچی ہوتی ہیں وہ ذیل کے قاعدہ سے معلوم ہو سکتی ہیں

حصص نصف النہار = ۶۰۴۶ ۱۵ ۷۹ {لوگارتم تماس (۴۵ + ... ) — ۱۰}

مثال اول — معلوم کرو فرق نصف النہاری عرض کا درمیان دو دئے ہوئے عرضوں کے یعنی

۵۷ ۹ شمالی اور ۳۵ ۱ شمالی

حصہ نصف النہار واسطے ۵۷ ۹ = ۲۱۹۹۱۴ شمالی

۳۵ ۱ = ۲۲۴۵۱۵

فرق نصف النہاری عرض = ۱۹۵۳۱۷

جبکہ عرض مختلف نام کے ہوں تو حصص نصف النہار واسطے دو دئے ہوئے عرضوں کے جمع کئے جاینگے — مجموعہ فرق نصف النہاری عرض کا ہوگا

مثال ۲ - ایک جہاز شمال کی جانب روانہ ہوا یہاں تک کہ عرض کا فرق نصف النہاری ۱۰۵۲ ہے اور جس جگہ سے کہ روانہ ہوا تھا اوسکا عرض ۳۸ درجہ ۱۷ دقیقہ شمالی تھا بتاؤ کہ اب کہاں ہے۔ [عرض مطلوب کیا ہے]

حصہ نصف النہار وسطی ۳۸ درجہ ۱۷ دقیقہ = ۲۴۸۹٫۹ شمالی

فرق عرض نصف النہار = ۱۰۵۲٫۰ شمالی

حصہ نصف النہار واسطے ۵۰ ۴۳ = ۳۵۴۱٫۹ شمالی

لہذا عرض مطلوب ۵۰ ۴۳ ہے

جبکہ عرض البلد معلوم جہاں سے جہاز روانہ ہوا اور فرق نصف النہاری عرض البلد مختلف نام کے ہوں تو تفاضل درمیان حصص نصف النہار عرض بلد مقام روانگی کا اور نصف النہاری فرق عرض کا لیا جاوے اور عرض مطلوب مطابق اس تفاضل کے اور عرض روانگی ایک نام کے ہونگے اگر حصص نصف النہار زیادہ تر بڑے ہوں فرق نصف النہاری عرض سے اور مختلف نام کے جبکہ کم ہوں

## مثال سوم

عرض گزشتہ ۱۵ درجہ ۹ دقیقہ شمالی اور فرق نصف النہاری عرض کا ۶۹۵٫۶ جنوبی تو عرض موجود بتاؤ۔

حصہ نصف النہار ۱۵ ۹ = ۹۱۹٫۸ شمالی

فرق نصف النہاری کا عرض = ۶۹۵٫۶ جنوبی

حصہ نصف النہار واسطے ۳ ۴۴ = ۲۲۴٫۲ شمالی

پس عرض موجود ۳ درجہ ۴۴ دقیقہ شمالی

## مثال چہارم

عرض گزشتہ ۱۱ درجہ ۳۶ دقیقہ شمالی فرق نصف النہاری کا عرض ۱۲۳۸ جنوبی ہے عرض موجود بتاؤ

حصہ نصف النہار وسطی ۱۱ درجہ ۳۶ دقیقہ = ۷۰۰٫۸ شمالی

فرق نصف النہاری عرض = ۱۲۳۸٫۰ جنوبی

حصہ نصف النہار واسطے ۸ ۵۵ = ۵۳۷٫۲ جنوبی

عرض موجود ۸ درجہ ۵۵ دقیقہ ہے

## حقیقی دباو افق کا

(۴۷) حقیقی دباو افق کا کسی ارتفاع نظر کے واسطے جو کہ ۱۱ فیٹ سے زیادہ ہو اس جدول میں دیا ہوا ہے۔ وہ اصول جس پر وہ بنائی گئی ہے بر مکسل میتھمیٹکس کے بیان ۵۵ میں دیا ہوا ہے
مثلاً دباو افق کا جو ارتفاع نظر ۳۰ فیٹ سے ۵′ ۱۰″ ہے اور یہ ارتفاع مرئی سے تفریق کیا جاویگا
اگر ارتفاع مرئی ۴۰° ۱۰′ ۹″ ہے اور ارتفاع نظر ۱۲ فیٹ تو ۱۲ کی مقابل دباو ۳′ ۲۱″ ہوگا لہذا

ارتفاع مرئی = ۴۰° ۱۰′ ۹″
دباو واسطے ۱۲ فیٹ = ۰ ۳ ۲۱
ارتفاع حقیقی = ۴۰ ۱۲ ۴۸

## سمندر کا عمق ناظر سے مختلف فاصلوں پر

(۴۸) جبکہ کسی شے کا ارتفاع لینا ہو اور دائرہ افق سمندر کا بوجہ درمیانی زمین کے پورا نظر نہ آتا ہو تو ارتفاع اوس خط سے لیا جاتا ہے جو سمندر اور زمین کو تقسیم کرتا ہو اور چونکہ یہ خط افق سے نیچا ہوتا ہے تو تصحیح اوسی عمق کی بڑی ہوگی سمندر کی افق کے عمق سے اور بڑہتی جاویگی جتنا جتنا یہ خط قریب ہوتا جاویگا ناظر کی نظر سے ۔ مقدار اس عمق کی اس جدول میں دی ہوئی ہے مثلاً ارتفاع نظر ۳۰ فیٹ ہے اور خط محیط جو ۲½ میل دور ہے فرض کرو ارتفاع مرئی = ۳۲ ۴۰ ۱۵
تو ۳۰ فیٹ کا عمق ۲½ میل کے فاصلہ پر = ۹
حقیقی ارتفاع = ۳۲ ۶

## انقباض انعطاف شمس و قمر

(۴۹) اس جدول کی سب سے اوپر کی سطر میں شمس و قمر کا ارتفاع ہے اور بائیں کالم میں اوس نصف قطر کا جھکاو طرف افق کے جسکا انقباض مطلوب ہے (دیکھو بر مکسل میتھمیٹکس بیان ۴۸۶)

اسطرح کہ دس؁ جبکہ ارتفاع کے وسطی انخفاض عمودی قطر کا جسکا کہ میل افق پر ۹۰ درجہ ہو ۸ منٹ ہے
اور ۱۴ درجہ جبکہ ارتفاع کا جیب میل ۵ ۴۳ آ ہے اسی طریق پر جبکہ افقی نصف قطر قمر کا ۱۵ ۳۰ ہے
اور اوسکا ارتفاع ۱۲ ہے تو اوسکا نصف قطر جو کہ ۶۰ درجہ افق کیطرف جھکا ہو کچھ ہوگا

۱۵ = ۳۰ - ۱۴ - ۱۵ ۴۶

## تحویل اختلاف منظر استوائی قمر

(۵۰) اس جدول کے اوپر کی سطر میں افقی استوائی اختلاف منظر ہے جو کہ ناٹیکل الماناک میں درج ہوا ہے
اور تصحیح جو اوسمیں لگائی جاتی ہے بغرض تحویل کرنے طرف افقی اختلاف منظر کے وسطی کسی عرض کو دی ہوئی ہے اوسکے
نیچے کے کالم میں اور عرض کے مقابل جو کہ بائیں کالم میں ہے۔ یہ تصحیح ہمیشہ نقصانی ہے مثلاً تحویل وسطی مندرج اختلاف
منظر وسطی ۵۴ ۵ ۳۰ اور عرض ۳۰ کے ۷ ر ۲ ہے تو افقی اختلاف منظر وسطی عرض معلوم

۵۴ ۵ ۳۰ — ۷ ر ۲ = ۵۴ ۵ ۳ ر ۲۷

## انکسار وسطی

(۵۱) اس جدول میں وسطی انکسار دیا ہوا ہے واسطے بیرومیٹر ۳۰ انچ کے اور حرارت گرمی سردی کے ۵۰ درجہ
جن اصول پر دی ہوئی ہے وہ برٹش ناٹیکل منتہی بیکس کے مسئلہ بیان ۵۲ میں شرح ہوئی ہے انکسار وسطی ارتفاع
۳۲ ۳۰ کا ملیگا اوسکے مقابل دوسرے کالم میں اور ۱ ۳۰ ہے مرئی ارتفاع ۳۲ ۱۰ ۳۰

وسطی انکسار — ۱ ۰ ۳۰

اصلی ارتفاع = ۳۲ ۹ ۳۰

## تصحیح انکسار وسطی

(۵۲) جبکہ دباؤ اور حالت گرمی اور سردی ۲۹٫۹۲ اور ۵۰ سے مختلف ہوتے ہیں تو تصحیح اوس کی
قاعدہ سے ہو سکتی ہے جو ۵۳ بیان میں برٹش ناٹیکل منتہی بیکس کے ہے۔ مثال فرض کرو کہ جس جگہ ارتفاع
۳۲ ۳۰ ہے فرض کرو کہ حالت گرمی سردی اور دباؤ ۵۹ درجہ اور ۲۹٫۶ کے تو تصحیح جدول میں اسطے

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| ارتفاع ۳۲ ۱۰ اور حرارت گرمی وسردی ۶۹ | — | ۰ | ۰ | ۳ |
| ارتفاع ۳۲ ۱۰ اور دباو ۳۰٫۳۵ | = + | ۰ | ۰ | ۲ |
| تصحیح دونون کی یہ ہوگی | — | ۰ | ۰ | ۲ |
| انکسار وسطی | | ۰ | ۱ | ۳۰ |
| اصلی انکسار | | ۰ | ۱ | ۲۸ |
| مرئی ارتفاع | | ۳۲ | ۱۰ | ۰ |
| اصلی ارتفاع | | ۳۲ | ۸ | ۳۲ |

## اختلاف منظر ارتفاع شمس

(۵۳) اس جدول مین ارتفاع مرئی شمس ایک سطر مین ہے اور اوسکا اختلاف منظر برابر کی سطر مین ہمیشہ ارتفاع کے ساتھ ہی ہے

## انکسارات بیل

(۵۴) پروفیسر بیل صاحب کالج لنگسٹر نے ایک جدول بنائی ہے جو کہ انکسارات بیل کے نام سے مشہور ہے جو کہ حال مین اکثر جگہ استعمال کی جاتی ہے جہان بہت بڑی تدقیق منظور ہو علاوہ ارتفاع حقیقی مرئی کے یہ ضروریات ہے کہ بیرامیٹر کی بلندی کا تعین کیا جاوے جسپر جزو ضربی ب موقوف ہے اور تھرمامیٹر کی جو بیرامیٹر مین لگا ہو جسپر جزو ضربی ت موقوف ہے اگر لگا ہوا تھرمامیٹر نہ دیکھا گیا ہو تو ہم قبول کرے اوسکی علامت تام ہی ہے جو بیرونی تھرمامیٹر کا انکسار معلوم ہو سکتا ہے خواہ اعداد اصلیہ سے خواہ لوگارثم سے طریقہ اختیار کر (یعنی لوگارثم) مجھ تر ہے تقسیم محاسبہ مطلوبہ واسطے تقلیل ارتفاعات کی جو کہ اخراجی ہی

م اور ن سے ظاہر ہے کہ وہ صرف بذریعہ لوگارثم کے آرام سے استعمال کی جاسکتی ہیں جبکہ ارتفاع قلیل نہو اور تدقیق اسکا مطلوب نہو تو استعمال لوگارثم کا موقوف کیا جاہے بذریعہ اعداد اصلیہ کے فرض کرو کہ س = انکسار وسطی کے اول توانی کے جو جدول سے اوٹھائے گئے ہیں اور ب ت ت جیسا کہ اوپر بیان ہوا تو اصلی انکسار توانی ہیں = س × ب × ت × ت

## مثال

ارتفاع مرئی کسی کوکب کا ۳۸ جہ ۷ اقہ ۴۵ ثیہ تہا بیرامیٹر ۳۰٫۵۷ انچ تہرمامیٹر متعلق ۴۰٫۷ جہ فہر اور بیرونی ۱۳٫۴۱ جہ فہر مطلوب یہ ہے کہ انکسار دریافت کریں (فہر مخفف ہے فہرن ہیٹ کا جسکے معنی حرارت پیمانہ کے ہیں یعنی بہ نام اوس تہرمامیٹر کا ہے جسکا نقطہ انجماد ۳۲ جہ پر ہو اور جوش کا نقطہ ۲۱۲ جہ پر یعنی جبکہ سیماب ۳۲ جہ پر ہوگا تو پانی منجمد ہو جائیگا اور جب ۲۱۲ جہ پر پہنچیگا تو کہولنے لگیگا) انکسار وسطی واسطے ۳۸ جہ ۷ اقہ ۴۵ ثیہ کے

اقہ ۱۳ ثیہ = ۴۳٫۷ ثیہ = س بیرامیٹر ۳۰٫۵۷ جزو ضربی ب ۱٫۰۳۳

تہرمامیٹر متعلقہ ۴۰٫۷ جہ جزو ضربی ت ۹۹۹ ر

بیرونی تہرمامیٹر ۴۱٫۳ جہ جزو ضربی ت ۱٫۰۱۴

ب × ت × ت = ۱٫۰۳۳ × ۹۹۹ ر × ۱٫۰۱۴ = ۱٫۰۴۶

اصلی انکسار = ۴۳٫۷ ثیہ × ۱٫۰۴۶ = ۴۵٫۷۲ ثیہ = اقہ ۱۵٫۷۲ ثیہ

بذریعہ لوگارثمات کی جدول سے جزو ضربی لوگارثم ب اوٹھاو مطابق بلندی بیرامیٹر کے اور اجزاے ضربی لوگارثم ت مطابق تہرمامیٹر متعلق اور تہرمامیٹر بیرونی کے نیز لوگارثم ا اور م اور ن مطابق حقیقی ارتفاع کے اوٹھاو - مرتب مجموعہ لوگارثم ب اور لوگارثم

ت کو مرین نیز ضرب دو لوگارثم ت کو ن مین حاصل کر مجموعہ جبریہ ان حاصلات ضرب کا اور اوسکمین لوگارثم ۲ جمع کرو اور لوگارثمی ظل ثانی حقیقی ارتفاع کا مجموعہ لوگارثم ہوگا انکسار کا قوس کے توانی مین یہ ضابطہ ظاہر کیا جاتا ہے جبر و مقابلہ کے طریق بذیل مین

انکسار کا لوگارثم توانی مین = لوگارثم ظل ثانی حقیقی ارتفاع + لوگارثم ل + م (لوگارثم ب + لوگارثم ت) + ن لوگارثم ت

## مثال

حقیقی ارتفاع مرئی کسی کوکب کا ہے جب ۱۰ قہ ۱۵ انیہ تھا بیرامیٹر ۹۸ء ۲۹ انچ تھرمامیٹر متعلق ۳ء ۵۳ جہ فہر اور بیرونی تھرمامیٹر ۱ء ۵۱ جہ فہر انکسار مطلوب ہے

لوگارثم ظل ثانی حوء جہ ۱۰ قہ ۱۵ انیہ = ۱ء ۷۳۰۰۹ [illegible]

لوگارثم ل ............ = ۱ء ۷۶۳۴۳۵۰

لوگارثم ت ............ = ۰۰۰۴۳ [illegible]

لوگارثم ب + لوگارثم ت = + ۷۶۳۰ء۰ [illegible]

م (لوگارثم ب + لوگارثم ت) = [illegible]

ن لوگارثم ت = [illegible] ۰۰۰۲۵۸

∴ لوگارثم انکسار ............ ۲ء ۶۲۳۵۹۹

انکسار = ۵ ء ۳۲ ثانیہ = ۷ قہ ۵ء ۱۲ ثانیہ

## تصحیح ممر نصف النہار قمر

(۵۶) ان جدول کی [illegible] ثانی [illegible] نصف [illegible] کا ارتفاع حقیقی

سب سے اوپر کی سطر میں روزمرہ کا توقف مطابق مندرجہ ممر نصف النہار کے ہے اور بائیں کالم میں طول مسبوق الذکر کے تحت میں اور آخر الذکر کے مقابل تصحیح ہے جو کہ لگائی جائیگی جمع سے واسطے وقت ممر مندرجہ روز معلوم کرنے کے ہیں جس سے ہم حاصل کرینگے ممر نصف النہار مقام مطلوب وہ لگائی جائیگی جمع سے واسطے غربی اور تفریق سے واسطے شرقی طول کے (دیکھو مثال اور تشریح بر تکمیل متبہی سکس بیان ۶۹ ، ۶۶ اور ۶۷)

## تعدیل نصف قطر قمری

(۵۶) اس جدول کی سطر بالائی میں قمر کا افقی نصف قطر دیا ہوا ہے اور اوسکا ارتفاع حقیقی بائیں کالم میں زیر مسبوق الذکر اور مقابل آخر الذکر تعدیل درج ہے یعنی قمر کے حقیقی نصف قطر کی ترقی یا افزونی بوجہ قریب تر ہونے قمر کے ناظر سے نسبت اوسکی جگہ افقی پر ہو

مثلاً واسطے افقی نصف قطر ۱۵ قہ ۳۰ نیہ اور ارتفاع ۱۲ درجہ کے تعدیل ۵٫۵ نیہ ہے پس

نصف قطر معہ تعدیل = ۱۵ قہ ۳۰ نیہ + ۵٫۵ نیہ = ۱۵ قہ ۳۵٫۵ نیہ

## تبدیل باہمی وقت سائیڈریل و وسطی

(۵۷) اس جدول میں دیا ہوا وقت خواہ وسطی یا سائیڈریل بائیں کالم میں ملیگا اور برابر کے وہی کالم میں تصحیح مطابقی ہے جو کہ لگائی جائیگی بذریعہ جمع یا تفریق کے بموجب سائیڈریل یا وسطی وقت کی

تصحیح جو کہ سائیڈریل کالم سے تفریق ہوگی کہلائی جاتی ہے توقف وقت وسطی کا سائیڈریل پر اور تصحیح جو کہ وقت وسطی میں جمع کیجائیگی کہلاتی ہے شتاب سائیڈریل ٹائم کی وسطی پر

نصف بالا اس جدول کا استعمال ہوتا ہے تبدیل کرنے میں شمسی وقت کی سائیڈریل میں تصحیح کو جمع کرنے سے اور نصف زیریں سائیڈریل کو شمسی وقت میں تصحیح کو تفریق کرنے سے

مثال ۱۰ ات ۱۸ قہ ۳۲ر۵۸ نیہ وقت وسطی کے دکھا رہے ہیں تو مطابقی سائیڈریل وقت معلوم کرو۔ وقت معلوم = ۱۰ ات ۱۸ قہ ۳۲ر۵۸ ثانیے

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| شتاب ۱۰ ات | قہ | نیہ = | ۲۴ | ۰ | ۱ | ۳۸ر۵۷ |
| = ۰ | ۱۸ | ۰ = | | ۰ | ۰ | ۲ر۹۶ |
| = ۰ | ۰ | ۵۸ | | ۰ | ۰ | ۰ر۱۶ |
| = ۰ | ۰ | ۰ر۳۲ = | | ۰۰ | ۰ | ۰ر۰۰ |
| ۱۰ | ۱۸ | ۵۸ر۳۲ = | + | ۰ | ۱ | ۴۱ر۶۹ |
| سائیڈریل ٹائم مطلوب = | | | | ۱۰ | ۳۰ | ۴۰ر۰۱ |

مثال سائیڈریل بطرف وسطی بہ تبدیل مشتی شکن بیان ۸۶۵ میں دیکھو مطابقی اوقات کے واسطے نائیکل المنک صفحہ ۸۴ سے ۹۱ تک دیکھو

## تحویل درجات باوقات

(۵۸) یہ جدول استعمال ہوتی ہے طول کو وقت کی طرف تحویل کرنے میں بحساب ۱۵ اجہ ایک گھنٹہ میں درجات و دقائق یا ثوانی طاق کالم میں دی ہوئی ہیں اور مطابقی وقت جفت کالم میں جبکہ پہلا کالم شمار ہوتا ہے درجات تو دوسرا گھنٹے اور منٹ وقت کا ہے اور جبکہ پہلا منٹ ہیں قاصد تو دوسرا منٹ اور سیکنڈ ہے وقت کا وعلے ہذا القیاس مثال تحویل کرو ۱۶۱ اجہ ۵ قہ ۳۰ نیہ طول کو وقت کو

| | | | |
|---|---|---|---|
| ۱۶۰ اجہ = | ۱۰ ت | ۴۰ بنم | نیہ |
| ۱ جہ = | ۰ | ۴ | ۰ |
| ۵ قہ = | ۰ | ۰ | ۲۰ |
| ۳۰ نیہ = | ۰ | ۰ | ۱ر۳ |
| وقت مطلوب = | ۱۰ | ۴۴ | ۲۱ر۳ |

## تحویل اوقات بدرجات

(۵۹) یہ جدول جدول بالا کا عکس ہے وقت دیا ہوا ہے طاق کالم اور طول جفت کالم میں مطابقی اکائی وقت

اور فاصلہ کے محدود ہونے ہو تو ہمیں بتشل جدول گزشتہ سکو

**مثال** تحویل کرو ۵ ت ۲۲ قہ ۱۰ انیہ ۴۴ ثالثہ کو طول کی طرف

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| ۵ ت | = | ۷۵ | قہ | ثہ |
| ۲۲ قہ | = | ۵ | ۳۰ | ۰ |
| ۱۰ انیہ | = | ۰ | ۲ | ۳۰ |
| ۴۴ ثالثہ | = | ۰ | ۰ | ۱۰ |
| طول مطلوب | = | ۸۰ | ۳۲ | ۴۰ |

## حرکت وسطیہ شمس جھت دوسرے ھائے وقت وسطی

(۶۰) یہ جدول ایسی کہ جس میں حرکت وسطیہ شمس وسطی کی مطالع استوائی میں وسطی وقت وسطی کی تبائی ہے آفتاب کی وسطی حرکت مطالع استوائی میں ۱۰ ات وسطی = ۴۴ قہ ۹ ۶۴ ۴۴ ر ۳۹ نیہ ہے اور ایک روز میں ۹ جہ ۱۵ قہ ۲۵ ر ۲۳ نیہ

حرکت وسطیہ جدول میں برابر ہے اور بیچے کو جو وسطی وقت کے گھنٹہ ہیں ان ہی مطابقی جدول وسطی وقت کے یا برابر ہے اور سرعت بیچے جو ساشد یہ ل وقت میں ہوتی ہے مطابقی جدول وقت پر جو ساشد یہ ل فرض کیا گیا ہے

ہندا مطابقی وسطی حرکت فاصلہ کے حصہ میں اس جدول میں اور سرعت بیچے جدول صفحہ ۳۳ ہم میں برابر ۴۴ ت وسطی میں حرکت وسطیہ ۵۹ قہ ۸ ر ۳۲۵ نیہ ہے بیچے ۳ منٹ ۵۵ ر ۹۱ نیہ وقت وسطی اور سرعت ۳ قہ ۵۶ ر ۵۶ نیہ ساشدیہل تک

چونکہ ۴۴ گھنٹہ وقت ساشدیہل کے = ۴۴ گھنٹہ وقت وسطی − ۳ منٹ ۵۵ ر ۹۱ نیہ کی

ہندا ۴۴ گھنٹہ وقت وسطی = ۴۴ گھنٹہ ساشدیہل + ۳ منٹ ۵۵ ر ۹۱ نیہ کی

نیز ۴۴ گھنٹہ وسطی = ۴۴ گھنٹہ ساشدیہل + ۳ منٹ ۵۶ ر ۵۶ نیہ ساشدیہل

اور ۲۴ گھنٹہ وسطی = ۳۶۰ جہ # + ۵۹ قہ ۸ر۳۲۵ نیہ

نیز ۲۴ گھنٹہ سائیڈریل = ۳۶۰ جہ خط استوا

فلہذا ۵۹ قہ ۸ر۳۲۵ نیہ = ۳ قہ ۵۶ر۵۶ نیہ سائیڈریل = ۳ قہ ۵۵ر۹۱ نیہ پر بجو

اس جدول میں وقت کا عکس کرنے سی جسکی قیمت فاصلہ حصہ میں سائیڈریل فرض کرلی ہے (جدول صفحہ ۴۳۴ م) اور جس میں بطائی وسطی حرکت جمع کرنیسے مجموعہ اوس وقت کی قیمت ہوگا جو وسطی فرض کیا گیا ہی جو کہ خط استوا کے حصوں میں ظاہر کیا گیا ہے

اسطرح ۲۴ گھنٹہ وسطی = ۲۴ گھنٹہ سائیڈریل + ۵۹ قہ ۸ر۳۲۵ نیہ = ۳۶۰ جہ ۵۹ قہ ۸ر۳۲۵ نیہ

## فاصلہ افق حسی

(۶۱) فاصلہ افق حسی کا ۲۰۰ فیٹ کی ارتفاع ۲۸ر۵۳ میل ہے

یہ سماوی فاصلہ ہے اور اگر حقیقی فاصلہ مطلوب ہو تو تصحیح انکسار جمع کرنی چاہئے

(دیکھو پریکٹیکل میتھمیٹکس ۵۸۷ و ۵۹۴)

اسطرح کہ اگر انکسار شاہد کی وقت فاصلہ کو ۱/۱۰ بڑھاتا ہی تو حقیقی بعد مثال بالا کا = ۲۸ر۵۳ + ۲ر۸۵ = ۳۱ر۳۸ میل

جبکہ فاصلہ افق کا جو کسی بلندی سے دیکھا گیا ہو دیا ہو تو بلندی دریافت ہو سکتی ہی اور سی جدول سے اس صورت میں حقیقی فاصلہ اول تحویل کر لیا جائے سماوی فاصلہ میں یا تعریف کرنے سی ایک مناسب تصحیح انکسار جبکہ ارتفاع معلوم جدول کی حدود سے باہر ہو تو اوسکا ۱/۴ یا ۱/۹ حاصل کرو اور ضرب کرو مطابق فاصلہ کو ۲ - ۳ یا ۴ میں علی الترتیب تو نتیجہ سماوی فاصلہ ہوگا اس قاعدہ کی وجہ یہ ہے کہ ارتفاعات متناسب ہیں فاصلہ کے مربعات کی

اگر ارتفاع ۱۰۲۰۰ ہو تو اوسکا ربع ۲۵۵۰ حاصل کرو اور بمطابق خاصہ ۷، ۲۵۴۳ × ۳ بتاتا ہے ۴۳ ر ۷، ۱۰ مماسی فاصلہ واسطے ۱۰۲۰۰ فیٹ کے

بہر کیف عمل میں استعمال جدول کا محدود ہونا چاہئے ۶۰ یا ۸۰ میل تک

## تحویل اختلاف المنظر افقے قمری و نصف قطر بتاریخ معلومہ گرینچ

(۶۲) معلوم کرو تبدیل افقی اختلاف المنظر یا نصف قطر میں واسطے ۱۲ گھنٹے کے فوق جدول میں اور اوس تبدیل کے تحت اور مقابل ہیں جسکے جسکے واسطے تصحیح مطلوب ہے تو ان میں سے جو لگائے جائینگے بذریعہ جمع یا تفریق کے بموجب صعود یا نزول اوس مقدار یا جسکی تصحیح مطلوب ہے

## امثال ثنائی جہت التمام ارقام وسطیہ بذریعہ تفاضلات

(۶۳) اس جدول میں اگر ت - ہے تو تفاضل ثانی $\frac{\text{ت}(\text{ت}-1)}{1\cdot 2}$ اور

تفاضل ثالث = $\frac{\text{ت}(\text{ت}-1)(\text{ت}-2)}{1\cdot 2\cdot 3}$ تفاضل رابع = $\frac{\text{ت}(\text{ت}-1)(\text{ت}-2)(\text{ت}-3)}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4}$

اور تفاضل خامس = $\frac{\text{ت}(\text{ت}-1)(\text{ت}-2)(\text{ت}-3)(\text{ت}-4)}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5}$ جبکہ ت مثبت ہے

تو اول و سوم و پنجم تفاضلات + ہونگے اور دوم و چہارم - لیکن اگر ت - ہو تو اول و سوم و پنجم - اور دوم و چہارم + ہونگے

## کرنا یں خوہر زنجیر سے تفریق کیجائینگی کسی صعودی یا نزولی خط میں بغرض اوسکے تحویل کرنیکے مساحت افق میں

(۶۴) پیمائش کرنے میں نشیبی زمین کے وہ خطوط جو پیمائش کئے جاتی ہیں برابر بالشت کے

بسبب الطول ہونے اونکے اوبجا رسے افقی سطح مین تحویل کرنا چاہئے بموجب اونکی زاویۂ فرازی یا
یا نشیبی کے
عدد کڑیون کا جو منہا کیا جائیگا ہر ایک زنجیر کی مسطح کسی تعداد کے زاویہ مین جہان تک
۳۲ جہ ۴۰ دقیقے تک ہین حصہ اول مین جدول کے